EUCLIDIS
SEX PRIMI
ELEMENTORUM
GEOMETRICORUM
IBRI,

rem formam con-
& demonstrati.

ORG: FOURNIER
societate JESU.

oribus auctior
astigatior.

IDINI,
J. F. impensis
, apud quem pro-
es in celeberri-
nia *Cantabrigiensi.*
CLIV.

IL

NIC

RI
Co
cu
Me

C

CLII
DI lu
tenue
ferren
altera
quanc
rente
guis n
vitæ
Illust
anim
loco

ILLUSTRISS. VIRO

Domino D.

NICOLAO FOUQUET,

REGI A SECRETIORIBUS Consiliis, Libellorúmq; supplicum Magistro, Vicecomiti de Melum & de Vaux, &c.

*Q*Vàm levem mole, tàm ponderosum dignitate Libellum ad te defero (Vir Illustrissime, qui cùm ingenio sis, imus sis pervidere quid EVCLIDES sibi velit, quid EVCLIDI lucis attulerim, facile potes, vt tenue hoc officii mei specimen tibi offerrem duplex me caussa impulit, altera, à te; altera, à spectatissimo quandiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem sanguis nobilem, doctrina spectabilem, vitae aequabilitas mirabilē, prudentia Illustrem, eximium pietas, quem aliae animi, corporisq; tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non

A 2 sinit)

ſinit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratioſum amabilem omnibus, & quod his optabilius eſt, Deo præpotenti gratum acceptumq; reddunt. Parenti vero tuo quam ſit obſtricta noſtra SOCIETAS, quam is amabat unicè, quantum ipſi debeat Pariſienſe Collegium, quem Chriſtianiſſimus Rex Ludovicus è duobus unum eſſe juſſit, qui edicto ſuo de Scholis noſtris inſtaurandis exequendo præeſſet, ac nos Regia authoritate, in docendi poſſeſſionem longo intervallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, eſt grati animi verbo declarare, cùm re non poſſim. Tametſi quid privatim Ordinem noſtrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria univerſa, de ſummis & infimis meritus ſit ſua integritate, conſtantia, rerum gerendarum ſcientia, & uſu, omni denique genere virtutum. Illarum tibi imitationem cùm propoſueris, magni quiddam præſtare videor, ſi votum faciam, ut qui paternorum bonorum heres es, idem omnia honoris ornamenta, ſingularemque imprimis ejus ergo Ordinem noſtrum univerſum benevolentiam, cum reliqua hereditate cernas. Hoc tibi ut optem facit non vulgare meum, adeòque totius SOCIETATIS ſtudium erga te; Illuſtriſſimumq; Bajonenſium Antiſtitē, fratrem Chariſſimum, non nobiliſſimæ tuæ familiæ modò ſed etiam Eccleſiæ Gallicanæ decus & ornamentum;

cujus

cujus prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludovicus Rex Christianißimus, ut imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus admirandum multis iure pronunciaverit: Vt ita fore confidam, tuum jam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIUS FOURNIER.

Quis autor hujus libri.

NOn unius modo sed plurimorũ hominum vigiliis & industriæ, quoni alii aliis vixere tēporibus, debetur hic Liber De posteritate bene meritu Euclides, qui ea, sive Theoremata, sive Problemata, quæ a majoribus acceperat, auctiora, & meliori digesta ordine reliquit. Thales Milesius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam transtulit, demonstravit angulum in semicirculo rectum esse: Trianguli Isoscelis angulos ad basim esse æquales & alia nonnulla invenit quæ in primo & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius qui Mathematicæ ludum pri-

mu

mus aperuit. Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantisque elatus est lætitiis, ubi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, ut musis cētū boves immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinventis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inventa à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenii, ut nullum non Geometricum Problema illico resolveret. Si Laertio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, ut vocant, irrationalibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controversiam, Eudoxum Gniduim quintum Elementum, quod appellant, de proportionibus, integrum fecisse, & invenisse. Theætetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inventor fuit.

Hæc

Hæc à multis feliciter ex cogitata & dissipata passim, annis ante Christum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primus compegit ordinavitq;. Postea Leo Meoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos sequutus est Hermotimus Colophonius qui ea fecit haud paulò uberiora. Tandem Euclides Megarensis, omnibus, partim à se adinventis, partim ab aliis acceptis, ultimam manum his Eelementis apposuit, tanta felicitate, & non tantum Quintus, sed unus præcellentiæ jure. Geometra sit appellatus. Insuper hoc ei laudis testimonium singulare Proclus, Pappus, cæteriqu Mathematici tribuere, ut de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nusqnam deceptus est*. Nec solum doctrina Euclidis fuit admirationi, sed etiam ipse ordo, quem perturbare adhuc usus

est

est nemo: certè omnis demonstrationis vim atque robur superat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, qua ceteris disciplinis antestat, dare videtur. Scripsit præterea Phænomena, Optica Catoptrica, Musica, Data, Conicorum libros 4. & res Porismatum. Vitam ejus ad Ptolomæum usq; primũ Ægypti Regem producunt Historiæ. An sit idem cum Euclide sectæ Megricæ authore, nos, quia parum constat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodũ Elemẽta appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt, & in quæ eadẽ, cum intereunt, convertuntur, & transeunt; sic propositiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inserviunt, & in qua, resolvi possunt demonstrationes Mathematicæ, dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa novit, libros potest le-

gere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, sine labore percurret & intelliget quæ tractantur in Opticis, Astronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus.

EUCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTUM *PRIMUM.*

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

GRæcè legitur σημεῖον i. e. signum; cũ enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estq; idem quod unitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla existit à parte rei, sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus signum est illius quam mente concipimus Si enim punctum quod concipimus moveretur & relinqueret sui vestigiũ, illud esset linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit omnis expers est extensionis.

3. *Lineæ autẽ termini sunt puncta.*

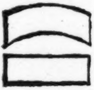
Id est longitudines ut longitudo est, principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus, nisi ut finitam. Unde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cujusvis

cujusvis magnitudinis, seu indeterminatam.

4. *Recta linea est, quæ ex æquo sua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent eosdem, ut vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, sic ex æquo inter sua puncta fluat, aut per brevissimum spatium, dicetur recta; Si punctum feratur uniformi motu & distantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hic depressior sit, alibi altior & extrema non obumbrent omnia media, dicetur, mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles l. 1. de Cœlo tex. 5, juxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem,

rem, tertium vero mixtum ex utrcque.



5. *Superficies verò est quæ longitudinē latitudineq; tantum habet.*

Ut fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ, sic fluxu lineæ in transversum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest dividi in longum ut linea, & præterea in latum. Ut ubi eam concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

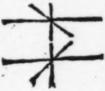
6. *Superficiei autē extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari. quando enim habet extremum,

extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. *Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.



8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Hîc causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis, est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur primò quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut

iaceant

jaceant in directum, id est ut unicam rectam constituant lineam, sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non esse necesse, ut duæ lineæ post contactū productæ se mutuò secent, ut vult Pelletarius, id enim tantùm est verum in angulis rectilineis: sed sufficere, ut se tangant & mutuo inclinentur.

Denique si angulus ille sit in superficie plana, dicetur planus. In omni verò figura, licet quemlibet angulum tribus literis apellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. *Cum*

9. *Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.*

Si utraq; curva, curvilineus: si curva altera, altera recta, mixtus.

10. *Cum verò recta AB, super rectam CD, stans, eos qui sunt deinceps ABC, ABD, angulos, æquales inter se facit, rectus est uterq; æqualium angulorum, & insistens recta AB, perpendicularis vocatur ejus cui insistit CD.*

Tùnc angulus uterq; dicitur æqualis, quando recta AB, non

non magis in C, quam in D, inclinat.

Quod autem Græci dicunt *κάθετος* latinè redditur perpendicularis, frequentius tamen utuntur mathematici verbo græco quam latino, maxime in Optica: unde apud eos nihil usitatius quàm *πρὸς κάθετον*, imo latine reddunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus EBC, est, qui major recto AB .*

Nempe quia recta EB, magis recedit à subjecta CD, quàm perpendicularis AB,

12. *Acutus vero EBD, qui minor recto AB D.*

13 *Terminus est quod alicujus est extremum.*

Talia

Talia sunt, punctum, linea, superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, unicus terminus, hoc est linea circularis comprehendit: ad rectilineas vero figuras plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cum puncta lineam, non ambiant sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit. 1. quia omnis figura debet ambire & comprehendere

prehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

15. *Circulus est figura plana sub una linea A, B, C, comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ DA, DB, DC, æquales inter se sunt.*

16 *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. def. 1, & 2, idem habet, definitione verò 5. sic polum describit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, est punctum in superficie sphæræ à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum & polum hoc tantùm esse discriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram positum: Polus verò in superficie Sphææ.

17. *Diameter autem circuli est recta quædam AB, per centrum D, ducta & terminata ex utraque parte, a circuli peripheria A, & B, quæ & bifariam secat circulum.*

Hîc tria observabis 1. omnes diametros ejusdem circuli esse æquales inter se, cùm earum medie-

medietates ex def. 15. sint æquales. 2. Quod sequitur ex 1. est quòd licet in circulo possint infinitæ duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ verò inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolemæus, in Analemmate, debet esse stata determinatáq; non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones, si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens vel in duo æquales dividens.

a Arist. sec. 15. probl. num. 1. & 2.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter

ſit utriuſque baſis. Si circumferentia una congruat penitus circumferentiæ alteri, manifeſtum eſt illas duas portiones à diametro factas, eſſe inter ſe æquales, cum neutra aliam excedat. Si verò circũferentia una non congruat cum altera, ſed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferemtiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem eſt figura quæ continetur ſub diametro AB & ſub ea linea ADB, quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Seg-*

19. *Segmentum circuli eſt figura quæ continetur ſub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, niſi item velis ſemicirculum dicere ſegmentum.

20. *Rectilineæ figuræ ſunt quæ ſub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidẽ quæ ſub tribus.*

22. *Quadrilateræ vero quæ ſub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.*

24. *Tri-*

24. *Trilaterarum porro figurarum, æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia.*

25. *Iſoſceles autem, quod duo tantùm habet æqualia* AB. AC.

Σκέλος, τὸ, crus Græcis eſt unde compoſitum ἰσοσκελὴς qui æqualibus eſt cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελὲς quod è tribus lineis duas æquales habet quibus quaſi cruribus inſiſtit.

26. *Scalenum vero quod tria inæqualia habet latera.*

Triangulorũ hæ ſunt ſpecies ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

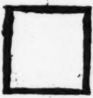
27. *Ad hæc etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.

28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum* ABC.

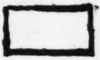
'Αγβλὺς εἰς de obtuso & hebete dicitur propriè de ferro cujus acies est obtusa! unde, ἀγβλυγώνιον quod obtusum angulum habet ἀγβλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos.*

Not. In omni triangulo, cujus duo quæcunque latera expressè nominantur, solet reliquum latus à Mathematicis, basis dici, sive illud in situ locum infimum occupet, sive supremum.



30. *Quadrilaterarũ autem figurarum quadratum quidem est quod æquilaterũ est & rectangulum.*



31 *Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.*

32. *Rhombus autem quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.*

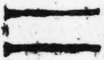
Ῥόμβος Græcis rota est, seu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω id est quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cum dicatur figura quadrangula & lateribus constans æqualibus, sed non etiam angulis, quæ ut apparet, nihil habet commune cū rota & ad motū circulare prorsus inepta est, multoq; adhuc magis ῥομβοειδὲς figura alia de qua proxime, Rhombo similis. Malim utramque figuram ita dictam à similitudine quam habet cum Rhombo pisce.

33. *Rhomboides verò quæ adversa & latera & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.*

34. *Præ-*

34. *Præter has autem reliquæ quadrilateræ, trapezia appellentur.*

Τράπεζα Græcis eſt menſa unde diminutivum τὸ τραπέζιον menſula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figura quadrilatere, quæ menſas aliquatenus referunt: Eſt vero Trapezium vel iſoſceles, vel ſcalenum vel irregulare.



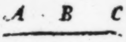
35. *Parallelæ ſunt rectæ, quæ in eodem plano exiſtentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuò incidunt.*

Ad hec ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in transversũ positæ media re aliqua, & non se tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur prætereà, ut sint in eodem plano.

Postulata.

1. *Postuletur à quovis puncto* A *ad quodvis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere*

2. *Et*



2. *Et terminatam rectam* AB *in continuum rectà producere, in* C.

3. *Et quovis centro & intervallo circulum describere,*

Communes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*
2. *Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.*
3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*
4. *Et si inæqualibus*

æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.

5\. *Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.*

6\. *Et quæ ejusdem duplicia, inter se sunt æqualia.*

7\. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8\. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

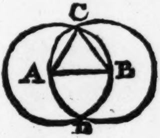
Id est quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem certæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9\. *Et totum parte majus est.*

10\. *Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.*

11\. *Si*

PROPOSITIO I.



Super data recta terminata AB, *triangulum æquilaterum* ABC, *constituere.* *Problema 1.*

PRaxis. Ex centris A & B, spatio AB. describe [a] duos circulos & ex puncto sectionis C. duc [b] rectas CA, CB, dico triangulum ABC, esse æquilaterum. *a 3. Post.* *b 1. Post.*

Probatur Recta AC, æqualis est [c] rectæ AB; & CB. eidem [c] ergo rectæ A C CB sunt æquales rectæ AB. Ergo CA, CB, æquales sunt [d] inter se; & cum tertia AB. Ergo Triangulum ABC, est [e] æquilaterum. Quod erat faciendum. *c 15. Def.* *d 1. Ax.* *e 24. Def.*

PRO:

PROPOSIT. II.

Prob. 2.

Ad datum punctum A datæ rectæ BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

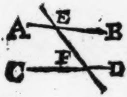
a 1 Post. b 1 Prop. c 3. Post. d 2. Post.

PRax. Jungantur *a* AC. In rectam AC. fac *b* triangulum æquilaterum CDA. centro C. spatio BC, duc *c* circulum: latus DC. produc *d* in E. centro D. spatio DE. duc majorem circulum: latus DA. produc in G. Recta AG. æqualis est rectæ CB.

e Ex Const. f 15 Def. g 3 Ax. h 1 Ax.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt *e* æquales. Rectæ DE. æqualis *f* recta DG. *g* Ergo recta AG. rectæ CE. Rursu, recta *f* CE. æqualis est, rectæ CB. *h* Ergo AG. ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus eadem semper erit constructio & demonstratio ut bene nota. Clavius ex Proclo.

PRO-



11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores & ad eaſdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter ſe ad eas partes in quibus ſunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibns communibus rejici, quod unus aut alter ei aſſenſum neget: oporteret enim & nonũ expungere. Iam enim ſunt aliqui Philoſophi adeo ſubtiles, ut negent totum ſua parte majus. His & illis ſufficiat dicere Euclidem cæteroſque omnes, hæc

hæc omnia ex ſola termino-
rum notione, evidentia cenſu-
iſſe, & exiſtimâſſe ſenſu com-
muni carere, qui ea negaret.
Ne ſcrupulus remaneat, illud
demonſtrat Clavius prop. 28.
l. 1.

12. *Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt.*

Id eſt ex omni parte con-
cludunt.

PRO-

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A, angulo D. ponuntur æquales; ergo si super ponantur, *a* congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quarum extrema congruunt, aliàs non ex æquo sua puncta *b* interjacerent: Deinde si negas; earum una cadat vel supra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, *c* quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, *a* ergo totum triangulum toti triangulo est æquale. Quod erat demonstrandum.

a 8. *Ax.*

b *Def.* 4.

c *Def.* 8.

PROPOSITIO V.

Tb.2.

Isoscelium triangulorum ABC. qui ad basim sunt anguli ABC. ACB. inter se sunt æquales & productis æqualibus rectis AB. AC. puta in D. & E. quisub basi sunt anguli CBD, BCF. inter se æquales sunt.

PRæparatio. Ex lineis AB, AC. productis, accipio æqualia BD, CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF, CAD, unum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est *a* Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF latus CF. lateri BD. ponitur æquali & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo *b* anguli CBD. BCF, infra basim sunt æquales Anguli: ABF. ACD. probati sunt æquales. Ergo si ex eis tollam angulos CBF. BCD. quos item probavi æquales, restabunt *c* æquales anguli ABC. ACB. supra basim. Thales fertur autor hujus propositionis.

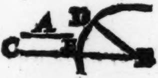
a Ex hipot. & ax.

b 4. Prop.

c 3. Ax.

Corrolarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PROPOSITIO III.



Datis duabus rectis inæqualibus A. *&* BC. *de majori* B. C. *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere.* Prob. 3.

PRax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A. æqualem rectam DB. [a] pono. Centro B. spatio BD duco [b] circulum, abscissa BE. est æqualis ipsi A.

a 2. *Prop.* *b* 3. *Post.*

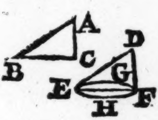
Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi BD. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa BE. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum.

c 15. *Def.* *d* *Ex const.* *e* 1. *Ax.*

PRO-

PROPOSITIO IV.

Theo. 1



Si duo triangula A, *&* D, *duo latera, duob⁹ lateribus æqualia habeant, utrunq; utriq;* hoc est AB, ipsi DE, & AC, ipsi DF, *habeant & angulum* A, *angulo* D, *æqualem sub æqualibus rectis contentum: Et Basim* BC. *basi* EF, *æqualem habebunt, & triangulum* ABC, *triangulo* DEF, *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt, uterque, utrique,* hoc est, angulus B, angulo E, & angulus C, angulo F, æqualis erit *sub quibus æqualia latera* AB, ipsi DE & AC ipsi DF, *subtendun-tur.*

Prob.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Th 3.

SI negas: pars unius BD. [a] fiat æqualis alteri CA. hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent juxta quartam, nam latus BC. commune & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ergo & totum triangulum, æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

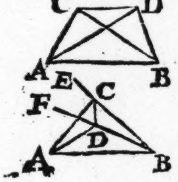
a 3. Prop.

b Ax. 9.

Coroll. Omne triangulum æquiangulum est æquilaterū.

PRO-

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* A C, B C, *aequales aliae duae rectae* AD, BD, *utraque utrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D, *ad easdem partes*, nam ex alia nihil impedit *eosdem terminos* B, & A, *habentes*, *cum duabus initio ductis rectis.*

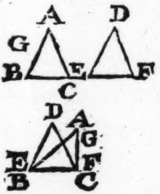
PRob. Quia si possint duci duae aliae, ducantur in D. Ergo triangulum CAD. *a* est Isosceles; ergo *b* anguli ACD. ADC. aequales. Rursus triangulum CBD, *a* est Isosceles. Ergo *b* anguli B D C. BCD.

ad 2.5
5, *Prop.*

BCD. sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus sit æqualis totali angulo AC D, Idemq; sequetur incommodum ubicumque statuatur punctum versus easdē partes: Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. ut in secunda figura, ductis AD. BDF. BCE. & DC. sic dico, rectæ AD. AC. ponuntur æquales: ergo *a* anguli ADC ACD. sunt æquales: similiter BD. BC. ponuntur æquales ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt *a* æquales, ergo angulus FDC. major angulo ACD. & multo adhuc major erit angulus ADC. cùm jam ADC. ACD. probati fuissent æquales. *a 5. Prop.*

Denique non potest statui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

PROPOSITIO VIII.

Th. 5. 

Si duo triangula A. D. *duo latera duob⁹ lateribus* AB, DE, AC, DF, *æqualia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF, *æqualem: & angulum* A, *angulo* D, *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum, *a* angulus non sit aliud quam inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD, apex D, non cadat in A, sed in G, ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC, ducentur ad aliud punctum. Contra præcedentem.

a 8. *Def.*

PRO-

PROPOSITIO IX.

Datũ angulũ rectilineum B AC *bifariam ſecare.* Prob. 4.

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, ſumo a rectam AD, & ipſi æqualem AE. ſupra baſim DE, conſtituo b triangulum æquilaterum DEF, duco rectam AF, quam aſſero dividere bifariam angulum A.

a 3. Prop.

b 1 Prop.

Prob. Rectæ D, AE, ponuntur æquales: A F communis eſt, & baſis DF, baſi F E, ponitur item æqualis. b ergo anguli DAF, FAE, ſunt æquales. Ergo angulus BAC. diviſus eſt bifariam: Quod faciendum erat.

b 8. Prop.

PRO-

PROPOSITIO X.

Prob. 5

Datam rectā terminatã GH bifariã secare.

a 1. Prop. PRax. Supra rectam GH, a constituo triangulum æquilaterum GAH, cujus angulum A, divido b bifariam,

b 9. Prop. & ducta recta AF, dico rectam GH, divisam bifariam in I.

Prob. Triangula G I A, HIA, se habent juxta quartam ex constructione figuræ: ergo habent bases GI, IH. æquales. Ergo recta GH, divisa est bifariam. Q.E.F.

PROPOSITIO XI.

Data recta DE. *à puncto* I. *in eâ dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.* Pro. 6.

PRax. Ex linea DE. à puncto I. sumo *a* partes hinc inde æquales I D. I E. in D. E. *b* constituo triangulũ æquilaterum DAE. à puncto A. ad punctum I. duco rectam, quam assero perpendicularem. *a* 3. Prop. *b* 1. Prop.

Prob. Latus D I, *c* est æquale lateri IE & latus *d* DA, ipsi AE, & latus AI, commune. *e* Ergo anguli AID, AIE. erunt æquales, *f* ergo recti: ergo *f* AI perpendicularis. *c* Ex const. *d* 23. Def. *e* 8. Prop. *f* 10 Def.

PROPOSITIO XII.

Prob. 4

Super datam rectam infinitam DE. à dato puncto A. quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam AI. excitare.

PRax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA, a divido DE, bifariam in I, & duco rectam AI quam dico perpendicularem.

a 10. Prop.

Prob. Latera AD, AE, b sunt æqualia, c latus DI, æquale lateri IE, & AI. commune: d ergo anguli AID, AIE, sunt æquales: e ergo recti: ergo AI. est e perpendicularis.

b 15. Def. c Ex constr. d 8 Prop. e 10. Def.

Hujus propositionis autor fertur Oenipides Chius annis ante Christum circiter 550.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

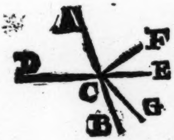
Cùm recta AB, *vel* BE, *supra rectam* CD, *consistens, angulos facit: aut duos rectos* ABC, ABD, *aut duobus rectis æquales* EBC, EBD. *faciet.* Th. 6.

PRob. Recta EB, cum recta DC, aut facit utrinque æquales angulos & a consequenter rectos; aut non facit: si non facit, b excitetur ex B. Perpendicularis BA. Quoniã igitur angulo ABD, æquales c sunt ABE, EBD. Si utrisque addas rectũ ABC, d erunt duo recti ABC, ABD, æquales tribus angulis ABC, ABE, EBD, & consequenter tres illi æquales duobus rectis QEP.

a 10. Def.
b 11. Prop.
c 13. Ax.
d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

The 7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea punctū* C, *duæ rectæ* DC, CE, *non ad eaſdem partes ductæ, eos qui ſunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter ſe rectæ.* hoc eſt DCE, erit una linea recta.

PRob. Si rectæ DC, CE non jacent in directum, a jaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF valent b duos rectos. Ergo c pars eſt æqualis toti. Nam prius ex hipotheſi DCA, ACE. valebant duos rectos.

a Per. 2 Poſt.
b 13. Prop.
c Cont. ax. 9.

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se invicem, ãgulos ad verticem* AED, CEB. *æquales in se efficient.* Th. 8.

PRob. Nam sive angulo AED, sive CEB, addatur angulus medius DEB, a erit æqualis duobus rectis, b ergo anguli CEB, AED, sunt æquales. Idemque fiet si angulo AEC, vel DEB, adjiciatur angulus AED. a 13. Prop. b 3. Ax.

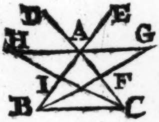
Thales Milesius fertur autor hujus propositionis.

Corol. 1. Duæ rectæ secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis æquales.

Corol. 2. Omnes anguli, circa idẽ punctum constituti, æquales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th 9.



Omnis trianguli, puta ABC, *uno latere* BA, *producto in* E, *externus angulus* EAC *utrolibet interno & opposito* C, *vel* B. *major est.*

a 10. *Prop.* PRob. Latus AC. *a* bisecetur in F. ducatur BG. ita ut BF *b* sit æqualis FG. junge recta A G tunc triangula AFG. FBC habent se juxta 4 nam latus *b* AF habent

b Ex Conft. lateri FC. & latus FG lateri FB & angulum AFG. *c* angulo BFC, æ-

c 15. *Pro.* qualem *d* ergo & angulum GAF,

d Prop 4 angulo FCB, æqualem habebũt, ergo angulus totalis EAC, externus major est interno & opposito ACB. Quodsi latus AB, bisecetur in I, idem fiet & probabitur angulum externum DAB, majorem esse angulo ABC. Ergo cùm angulus EAC,

e 15. *Pr.* *e* sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC, externus, major quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Omnis tri- anguli ABC. *duo anguli*, BCA.CAB. vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Th. 10.

PRob. Producto BC. in D. externus angulus ACD, *a* major est angulo A. vel. B sed anguli A C D. ACB. *b* valent tantum duos rectos, ergo anguli B & C interni, sive C A B. B C A. sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A & B si producam latus, B A.

a 10. *Prop.*

b 13. *Prop.*

Corol. 1. In omni triangulo, cujus unus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Corol. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli I-soscelis, anguli supra basim sunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 11. *Omnis trianguli* ABC. *majus latus* AC. *majorem angulum* ABC. *subtendit.*

SI negas: Ex majori latere
a 3. Prop. AC. [a] fac AD. æquale ipsi
AB. duc rectam BD. [b] erunt
b 5. Prop. anguli ABD. ADB. æquales.
Est autem angulus ADB. hoc
est ABD. externus & opposi-
c 16. Prop. tus angulo C. [c] ergo major.
Multo ergo major est totalis
angulus ABC. angulo C. Ma-
jor item est angulo A. nam fac
d 5. Prop. CE æqualem ipsi CB. [d] erunt
anguli CEB. EBC. æquales,
e 16. Prop. [e] & angulus CEB. hoc est
EBC. major angulo A. [f] er-
f 9 Ax. go angulus ABC. major an-
gulo A. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

Omnis trianguli ABC *majus latus* A C. *sub majori angulo* ABC. *subtenditur.* Theo. 12.

SI negas latus A C. esse majus latere AB. sint æqualia: [a] ergo anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesim. Si latus AB. dicas majus latere A C. [b] ergo angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus A C. nec minus est nec æquale lateribus AB. BC. ergo majus.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Th. 13.

Omnis trianguli ABC. *duo latera*, puta AB. AC. *quomodocunq sumpta, reliquo* BC. *sunt majora.*

PRob. Produco CA. in D. sic ut AD. sit æquale ipsi AB & proinde [a] CD. æqualis ipsis CA. AB ducta recta DB. sic dico Rectæ AD. AB. sunt æquales: [b] ergo æquales anguli D. & DBA. [c] Major ergo utrolibet erit totus angulus DBC. sed hunc angulum subtendit latus CD. hoc est CA. AB. [d] ergo recta CD. hoc est CA. AB. major est quàm latus BC.

a 2. Ax.
b 5. Pr.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si super trianguli ABC, *uno latere* B C, *ab extremitatibus duæ rectæ* BD, DC, *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB, AC, *minores quidē erunt, majorem verò angulum continebunt*, i. e. angulus D. major erit angulo A. Th. 14.

PRob. 1a. pars. Producto DB. in E. in triangulo BAE. duo latera BA. AE. *a* majora sunt tertio BE. ergo si addatur commune EC. erunt BA. AC. majora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE. EB. majora quam BD. DC sed AB. AC. probata sunt majora quā BE. EC. ergo majora quā BD. DC. Prob. 2. Angulus BDC. externus *b* major est interno & opposito DEC. & hic major angulo A. interno & opposito, multo ergo major angulus BDC. angulo. A Q. E. P.

a 20. *Prop.*

b 16. *Prop.*

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8.

Ex tribus rectis DF, FG, GH, *quæ sunt æquales tribus datis rectis* A, B, C, *triangulũ* FIG, *constituere: oportet autem duas* DF, GH, *quomodocunq; sumptas, reliqua* FG, *esse majores:* a *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunq; sumpta reliquo sunt majora.*

a 20. Prop.

PRax Datis rectis *ABC.* sume ipsis ordine æquales *DF. FG. GH.* cẽtro *F.* spatio *FD.* duc circulũ *DI.* & centro *G.* spatio *GH.* duc alium *HI.* junge datas cum intersectione circulorum in *I.* lineis *FI GI.* & factum esse quod petitur.

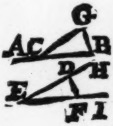
Prob. In triangulo *FIG.* recta *FI* æqualis est b ipsi *DF.* hoc est *A.* & *GI.* ipsi *GH.* hoc est *C.* & *GF.* ipsi *B.*

b 15. Def.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Ad datam re- Prob. 9.



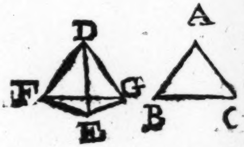
ctam AB, *&* *punctum in ea* C, *dato angulo rectilineo* DEF, *aequalem angulũ rectilineum* GCB, *constituere.*

SUme in rectis EHEI. duo puncta utcunq;, puta D. & F. quae recta DF. junges. Tum *a* fiat triangulum *GGB.* habens latera aequalia lateribus trianguli *EDF.* singula singulis: hoc facto triangula se habent juxta propositionem 8: ergo anguli *E.* & *G.* erunt aequales. Hujus verò propositionis autor fertur Oenipedes Chius. *a* 22. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15



Si duo triangula ABC, DEF, *duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri*, hoc est AB, ipsi DF, & AC, ipsi DE, *angulum vero* A, *angulo* D, *majorem habuerint. sub æqualibus rectis contentum: & basim* BC, *basi* FE, *majorem habebunt.*

SI negas: ad rectã FD & ad pun-
a 23. Prop. ctum in ea D. *a* fiat angulus FDG. æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. sit
b 4. Prop. æquale, *b* & consequenter basis BC basi FG. jungantur rectæ
c 5. Prop. GE. GF. anguli DGE. DEG. *c* æquales erunt. Ergo totus angulus FEG major quam DEG major etiam est quam DGE: & multo
d 19. Pr. major quam FGE. *d* ergo recta GF. & huic æqualis BC. major est quam EF.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

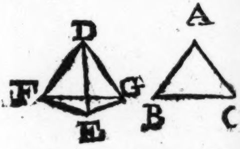
Si duo Tb. 16.

triangula ABC DEF, duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri hoc est AB, ipsi ED, & AC, ipsi DF, *basim verò BC, basi EF, majorem habuerint: & angulum A, angulo D, majorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si angulus *A.* non est major angulo *D.* erit vel æqualis: vel minor: si æqualis *a* ergo bases *BC. EF.* erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera *AB. AC.* sunt æqualia ipsis *DE. DF* basis *EF. b* major erit base *B C.* contra hypoth. a 4. Prop. b 24. Prop.

PROPOSITIO XXIV.

Theo. 15



Si duo triangula ABC, DEF, *duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri*, hoc est AB, ipsi DF, & AC, ipsi DE, *angulum vero* A, *angulo* D, *majorem habuerint sub æqualibus rectis contentum: & basim* BC, *basi* FE, *majorem habebunt.*

SI negas: ad rectã FD & ad pun-
a 23. ctum in ea D. *a* fiat angulus
Prop. FDG. æqualis angulo A. & latus
DG. ipsi DE. hoc est ipsi AC. sit
b 4. æquale, *b* & consequenter basis
Prop. BC. basi FG. jungantur rectæ
c 5. GE. GF. anguli DGE. DEG. *c* æ-
Prop. quales erunt. Ergo totus angulus
FEG major quam DEG major
etiam est quam DGE: & multo
d 19. major quam FGE. *d* ergo recta
Pr GF. & huic æqualis BC. major
est quam EF.

PRO.

PROPOSITIO XXV.

Si duo Tb. 16.

triangula ABC DEF, duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri hoc eſt AB, ipſi ED, & AC, ipſi DF, *baſim verò BC, baſi EF, majorem habuerint: & angulum A, angulo D, majorem habebunt ſub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia ſi angulus *A.* non eſt major angulo *D.* erit vel æqualis: vel minor: ſi æqualis *a* ergo baſes *BC. EF.* erunt æquales, quod eſt contra hypothesim. Si minor: cum latera *AB. AC.* ſunt æqualia ipſis *DE. DF* baſis *EF. b* major erit baſe *BC.* contra hypoth. a 4. Prop. b 24. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Th. 17.

Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, sive quod adjacet æqualibus angulis, sive quod uni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulũ reliquo angulo.

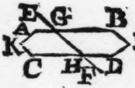
PRob. Sint in triangulis *ABC. DEF.* anguli *B.* & *C.* æquales angulis *E.* & *F.* sintque primo latera *BC. EF.* (quæ adjacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus *ED.* non est æquale ipsi *BA.* sit majus, & sumatur *EG.* æqualis

lis ipsi BA. tum ducta FG. duo latera triangulorum GEF. ABC. æqualia sunt, & anguli E & B. æquales contenti inter latera æqualia. [a] Ergo anguli C & GFE. sunt æquales, quod esse non potest, nam angulus GFE. est pars ipsius DFE. qui æqualis ponebatur ipsi C. nam ergo DE. major est quam BA. Sed neque minor, aliàs lateri BA. eadem quæ prius applicaretur demonstratio. Ergo æqualis. Ergo triangula LEF. ABC. se habent juxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales.

Sint deinde latera AB. DE. subtendentia æquales angulos C. & EFD. inter se æqualia, dico altera BC. CA. ipsis EF. FD. esse æqualia, & angulum A. angulo D æqualem. Si enim latus EF. sit majus latere BC. sume rectam EG. æqualem ipsi BC. duc rectam *DG.* quoniam igitur latera AB. BC.

BC. sunt æqualia ipsis DE EG, & anguli B. & E sunt æquales ex hypoth. erit angulus C. angulo EGD æqualis.
b 4. Pr. *b* igitur & angulus EGD. angulo EFD. erit æqualis, hoc est externus interno & opposito
c 16. Trop. *c* quod est absurdum. Non ergo latus BC. lateri EF. inæquale, ergo æquale; ergo triangula ABC DEF. se habent juxta 4. cum latus AB ipsi DE. & BC. ipsi EF. & angulus B angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC. basi DF. Thales Milesius autor hujus.

PROPOSITIO XXVII.



Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, ãgulos alternos* AGH. DGH. *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se recta.* Theo. 18.

PRob. Si non sunt parallelæ, a coibunt tandem, puta in *I*. & fiet triangulus *GIH*. cujus angulus externus *AGH*. erit b major interno & opposito *GHD*. cui tamen ex hypothesi erat æqualis. Idemque demonstrabitur si dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. a Ergo sunt parallelæ.

a 35. *Def.*

b 16. *Prop.*

PRO-

PROPOSIT. XXVIII.

Theo.19 *Si in dua*

rectas AB, CD, *recta* EF, *incidens, externum angulum* AGE, *interno & opposito & ad easdem partes* GHC, *aequalem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC, *duobus rectis aequales fecerit: parallelae erunt inter se rectae.*

PRrobatur 1a. pars. Angulo
a 15. Prop. *AGE* a æqualis eſt angulus *BGH.* angulus *CHG.* æqualis ponitur angulo *AGE.*
b 1. Ax. b ergo alterni *BGH. GHC.* ſunt æquales, c ergo rectæ
c 27. Prop. *AB. CD.* ſunt parallelæ

Probatur 2a Angulus *EGA.*
d 13. Prop. cũ angulo *AGF.* d valet duos rectos,

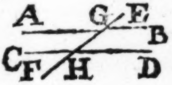
rectos, anguli *AGH. GHC.* ponuntur æquales duobus rectis: e ergo anguli *EGA. GHC.* sunt æquales. Ergo rectæ *AB. CD.* sunt parallelæ per priorem partem hujus. e 1. Ax.

Ex secundâ parte hujus propositionis, constat sufficienter de Veritate undecimi axiomatis.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Tb. 20.



In parallelas rectas AB, CD, recta EF, incidens, I, & alternos angulos BGH, GHC, æquales inter se facit, 2. & externum FGB, internum & opposito & ad easdem partes EHD, æqualem 3. & internos & ad easdem partes AGH, CHG, duobus rectis æquales.

PRobatur 1. pars Anguli *DHG GHC*. a valent duos rectos: anguli item *DHG*. *BHG*. b valent duos rectos c ergo anguli BGH. GHC. sunt æquales.

a 13. Prop. b 28. c 3. Ax.

Prob. 2. Anguli *EGB.BGH.* valent duos rectos: anguli *BGH GHD*,

GHD. valent duos rectos, ergo anguli *EGB EHD.* sunt æquales.

Prob. 3. Rectæ *AB CD.* ponuntur parallelæ: d ergo neque versus *A* neque versus *B.* concurrunt, ergo tam versus *A.* quam *B* anguli interni ad eisdem partes sunt æquales duobus rectis, e si enim ex aliqua parte essent minores ex eâ concurrerent. d 55. Def. e 11. Ax.

Coroll. Omne parallelogrammum, habens unum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PROP.

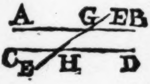
PROPOSITIO XXX.

Th. 21.

Quæ eidem rectæ EF, *parallelæ* B... BCD, & *inter se sunt parallelæ.*

PRob. In has tres rectas in eodem plano positas cadat recta *GH*. angulus *AIL*
a 29. Prop. æqualis erit angulo *ILF* a quia sunt alterni; & angulus externus *ILF*, angulo *LKD*
b 1. Ax. interno & opposito, [b] ergo anguli *AIL LKD*. sunt æquales, [c] ergo rectæ *AB*, *CD*.
c 27. Prop. sunt parallelæ.

PROPOSITIO XXXI.



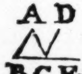
A dato Prob.
puncto G, data recta 10.
CD, parallelam rectam lineam AB, ducere.

EX G. in datam *CD.* duc rectam *GH,* utcunque, & angulo *GHD.* *a* constitua- *a* 23.
tur æqualis ad *G.* nempe an- Prop.
gulus *HGA* *b* erit recta *AB.* *b* 27.
ipsi *CD.* parallela, quia anguli Prop.
alterni *AGA· DAG.* sunt æquales,

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22.



Omnis trian guli ABC, *un latere* BC, *produ cto* in E, *extern angulus* A C E, *duobu internis & oppositis* ABC BAC, *æqualis est: & tri guli, tres interni angu* B, A, C, *duobus rectis æ quales sunt.*

PRob. prima pars a Ducat ex *C.* recta *CD.* paralle rectæ *AB.* tunc quia recta *A* cadat in parallelas A B CD. angulus *A.* æqualis e alterno *ACD.* Et quia *BC* cadit in easdem, angulus *EC* externus b æqualis est intern *B.* Totalis ergo *ACE.* æquali est duobus internis & oppo sitis *A B.*

a 31. Prop.

b 29. Prop.

Prob. 2. angulus *ACB*, cum extern

externo ACE. e valet duos rectos, sed angulus ACE. d. æqualis est angulis A. & B. ergo angulus C. cum angulis A & B valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Hujus propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christi 650. e 13 Prop. d 32 Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli unius trianguli, sunt æquales tribus cujuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo.

Corol. 2. In triangulo Isosceli rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3 Angulus trianguli æquilateri est una tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ unius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th.23.

Recta AC, BD, quæ æquales & parallelas AB CD, ad easdem partes conjungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

PRob. Duc rectam *DA*. quæ datas *AB.CD* jungat a tum

a 29. Prop. anguli alterni *DAB*. *ADC* erunt æquales: latus *AB* ponitur æquale lateri *CD*. latus

b 4 Prob. *AD* est commune b ergo bases *AC*. *DB*. sunt æquales: b Ergo anguli *CAD*. *ADB*. sunt

c 27. Prop. æquales: c ergo rectæ *AC*. *DB*. sunt parallelæ.

PRO-

PROPOSIT. XXXIV.

Parallelogram- Th. 24.
morum spatio-
rum AB CD.
quæ ex adverso & latera AB. CD. AC. BD. *& anguli* AD. BC. *æqualia sunt inter se, & diameter* AD. *illa bifariam secat.*

PRob. Rectæ *AB. CD.* ponuntur parallelæ, [a] ergo angulus *BAD.* angulo *CDA.* & angulus *CAD.* angulo *ADB.* sunt æquales, cum sint alterni. Ergo triangula *ABD. ACD:* habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus *AD.* adjacet, [b] ergo reliqui anguli *B.* & *C.* sunt æquales, & reliqua latera, *AB.* ipsi *CD.* & *BD* ipsi *AC.* erunt æqualia, cum æqualibus angulis, nempe alternis opponantur. [c] Ergo triangula *ABD. ACD.* æqualia inter se.

a 19. Prop

b 26 Prop.

c 4 Pro.

PROPOSITIO XXXV.

Parallelogrāma AD, FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

Th. 25

ID tribus modis potest contingere, si ut vides in figura, sic dico rectæ AE. FB. sunt *a* æquales, quia sunt *b* æquales rectæ CD. Rectæ AC ED sunt *c* æquales: angulus CAE. *d* æqualis est angulo DFB externus interno & opposito, ergo triangulum CAE. æquale est *e* triangulo DFB. *f* addito ergo communi FCD. fiunt parallelogrammi AECD, FBCD æqualia.

a 1. Ax. b 34. Prop. c 34. Prop. d 29. Prop. e 4. Prop. f 2. Ax.

Sicut in 2a Rectæ AE FB.

sunt

æquales ut prius: *f* dempta igitur communi F E. erunt æquales AF. EB. Rectæ AC ED sunt *g* æquales: anguli A & E. sunt *h* æquales, *i* ergo triangula FAC. BED. sunt æqualia: addito ergo communi trapezio E F C D parallelogramma A E C D. FBCD. erunt *l* æqualia. *f* 3 *Ax.* *g* 34 *Prop.* *h* 29 *Prop.* *i* 4 *Prop.* *l* 2 *Ax.*

Si ut in 3*a* idem repeto Rectæ AE FB sunt *m* æquales ipsi C D *n* ergo & inter se: ergo recta A F. *o* æqualis est Rectæ EB. Rectæ AC. ED sunt *p* æquales, anguli item E & A sunt *q* æquales, ergo triangula ACF EDB. sunt *r* æqualia. ergo utrique trapezio si addas commune C G D. & tollas GEF. triangulum similiter commune. parallelogramma AD. CB. erunt æqualia. *m* 34 *Prop.* *n* 1 *Ax.* *o* 2 *Ax.* *p* 34 *Prop.* *q* 29. *Prop.* *r* 4 *Prop.*

PROPOSIT. XXXVI.

Th. 26.

Parallelogrāma AE HD. *super æqualibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* ABCD *constituta, inter se æqualia.*

PRob. Connectantur parallelogramma rectis *CHEB.* a quæ erunt æquales & parallelæ. Hoc posito b parallelogrammum *AE* æquale est ipsi *CB*. & parallelogramamũ *CB* ipsi *HD*. c ergo parallelogramma *AE*. *HD*. sunt æqualia.

a 34 Prop.
b 35 Prop.
c 1 Ax.

PRO-

PROPOSIT. XXXVII.

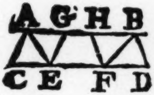
Triangula ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *& iisdem parallelis* ABCD. *constituta, sunt inter se æqualia.* Th.27.

PRob. [a] Per *D.* ducas *DE.* parallelam rectæ *CA.* & *DB.* ipsi *CF.* parallelogramma *AD. CB.* [b] erunt æqualia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula *ACD. FCD.* [d] ergo triangula *ACD. FCD.* sunt æqualia.

a 31 Prop.
b 35. Prop.
c 34 Prop.
d 7 Ax.

PROPOSIT. XXXVIII.

Th. 28.



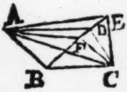
Triangula ACE. BFD *super æqualibus basib9* CE. FD. *& in iisdem parallelis* ABCD. *æqualia sunt inter se.*

a 31 Prop. b 36 Prop. c 34 Prop. d 7 Ax.

PRob: *a* Ducatur EG parallela ipsi AC. & FH. ipsi BD *b* erunt parallelogramma AE. BF. æqualia. *c* Horum dimidia sunt triangula ACE. BFD. *d* Ergo sunt inter se æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualia triangula ABC. DBC. *ſuper eadẽ baſi* BC. *& ad eaſdem partes conſtituta, & in iiſdem ſunt parallelis.* Hoc eſt AD. eſt parallela BC. Th. 29.

PRob. Si negas AD. & BC. eſſe parallelas; *a* ſit AE. cui recta BD. producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE *b* triangula ABC. EBC erunt æqualia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC. ponebatur æquale triangulo ABC. Quod ſi dicas AF. & BC. eſſe parallelas, eadem repetetur demonſtratio, & ſequetur totum & partem eſſe æqualia.

a 31 *Prop.*

b 37 *Prop.*

PROPOSITIO XL.

Th. 30. *Æqualia triangula* ABC. DEF *super æqualibus basibus* BC. EF. *&* *ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis* AD. BF.

PRob Si negas rectas *AD*, *BF*, esse parallelas, sit *AG*. cui occurrat *ED*, producta in *G*. Tunc ducta *GF*. erunt a triangula *GEF* *ABC*. æqualia: ponebantur autem æqualia triangula *ABC*. *DEF* ergo totum *GEF* & pars *DEF*, eidem triangulo *ABC*. erunt æqualia.

a 33 Prop.

PRO·

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrã-mum AE, CD, *cum triangulo* FCD, *basim* CD, *habuerint eandem, & in iisdem parallelis* AF, CD, *fuerit: parallelogrammum* CE, *duplum erit trianguli* FCD. Th. 31.

PRob. Ducatur diameter A D, Triangula F C D, ACD *a* sunt æqualia; Parallelogrammum CE, *b* eſt duplum trianguli ACD, *c* ergo & trianguli CFD.

a 37 Prop. *b* 34 Prop. *c* 6 Ax.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Prob. 11

Dato triangulo ABC, æquale parallelogrammum GC, constituere in dato rectilineo angulo D.

DAti trianguli *ABC*, Basim *BG*, divide *a* bifariá
a 10. Prop. in E. ductaq; *EA*, *b* agatur per
b 31. p. *A* recta *AH* parallela ipsi *EC*,
ad punctum *E*, *c* facto angulo
c 23 Prop. *GEC*, ipsi *D* æquali: *d* educa-
d 31 Prop. tur ex *C*, recta *CH*, ipsi *EG*, parallela, tunc figura *GC*, erit parallelogramma, cùm latus *GH*, ponatur parallelũ ipsi *EC* & latus *CH*, ipsi *EG*. Quod autem sit tale, quale petitur sic.

Prob. Triangula *ABE*, *AEC*, sunt *e* æqualia: triangulũ *AEC*
e 38 Prop. est *f* dimidium parallelogram-
f 41 Prop. mi, super eadem basi *EC*, constitui: ergo totum triangulum
g 6 Ax *ABC*, est *g* æquale parallelogrammo *GC*, habet autem parallelogrammum ex constructione angulum *GEC*. æqua e dato angulo *D* quod perbabatur.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Omnis parallelogrămi, complementa eorum quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum, inter ſe ſunt æqualia. Th. 32

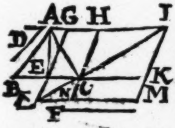
IN hac figura, parallelogramma circa diametrum ſunt, FK. HE. complementa verò dicuntur parallelogramma AG. GC. Euclides verò dicit hæc complementa ſemper eſſe æqualia.

Prob. triangula B A D. BCD. ſunt [a] æqualia: Itemq; triãgula BKG. GED & DHG ergo ſi ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nempe BKG. ipſi BFG. & GHD. ipſi GED. complementa GA. GC. quæ remanent erunt æqualia QEP. [a] 34 Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

Prob. ii



Ad datam rectam F, dato triangulo ABC, æquale parallelogrammum CM, applicare in dato angulo rectilineo D.

a 42. Prop. Constitue triangulo ABC, a æquale parallelogrãmum CG, habens angulũ GEC, æqualem
b 2 Prop. angulo dato D, tum producas BC, in K, sicut CK sit b æqualis datæ
c 31 Prop. F. per K. agatur c KI. parallela ipsi CH, occurrens GH, productæ in I, Deinde ex I, ducatur per C, diameter IC, occurrens rectæ CB, productæ in L, & per, L ducatur LM, parallela ipsi EK, secans IK, productam in M, producatúrque HC, in F, dico parallelogrammũ CM, esse quod petitur.

d 34 Prop. Prob. Complementa GC, CM, sunt d æqualia, complementum
e 42 Prop. GC, est e æquale triangulo ABC, ergo & complementum CM, habet autem lineã CK, e æqualem
f 28 Prop. datæ F, & angulũ CNM, æqualẽ f angulo HKC, qui f æqualis est angulo GEC, qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM, æquale est triangulo ABC, & habet lineam CK, æqualem datæ F, & angulum CNM, æqualem dato D. quod petebatur.

PRO-

PROPOSITIO XLV.

Dato rectilineo AD. Prob. 13
æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F.

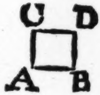
Divide rectilineũ in triãgula recta CB, *a* fiat parallelogrãmũ a 44
EI, æquale triãgulo BCD, in an- Prop.
gulo H, æquali ipsi F, supra latus
GI, *a* fiat parallelogrammũ GD,
æquale triangulo ABC, habens in
I, angulum GID, æqualem ipsi H,
& factum est quod petitur.

Prob. Rectæ EH, KD, *b* eidẽ GI, b Ex
ideoq; & inter se sunt *c* parallelæ const.
& *d* æquales: ãgulus GID, *e* æqua- c 30
lis est ãgulo EHI, *f* angulus EHI, Prop.
cum angulo HIG, valent duos d 34
rectos; ergo & anguli GIH, GID, Prop.
valent duos rectos: ergo *g* lineæ e 29
HI, ID, jacent in directum. simi- Prop.
literq; EG, GK. & cum æquali- f 13
bus HI, EG, æquales additæ sint Prop.
ID, GK, totæ HD, EK, sunt æ- g 14
quales: ergo figura ED, est paral- Prop.
lelogammum cujus partes sunt
æquales partibus dati rectilinei &
in quo angulus H, æqualis dato
F, ergo, &c.

PRO-

PROPOSITIO XLVI.

Prob. 14.



A data recta AB. *quadratum* ABCD. *describere.*

a 11 Prop. EX A & B. *a* erige perpendiculares CA, DB æquales ipsi AB. junganturque recta CD. & factum est quod petitur.

b 10 Def. Prob. *b* Anguli A & B. sunt recti: ergo rectæ AC, BD sunt *c* parallelæ: Utraque *d* est æqualis ipsi AB. ergo & inter se: *e* ergo & AB. & CD. parallelæ, sunt æquales ergo AC. CD DB. sunt æquales & figura est parallelogramma: cumque anguli A & B. sint recti. *f* erunt etiam oppositi C & D. recti, ergo figura AB CD. est quadratum. Q. EF.

c 28 Prop. *d Ex const.* *e 33 Prop.* *f 34 Prop.*

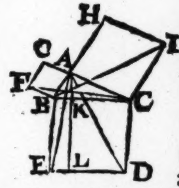
PRO-

PROPOSITIO XLVII.

In Rectangulis triangulis B A C. *quadratum* B D. *quod à latere* B C. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur, æquale est eis quæ à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentib*[us], *describuntur quadratis* BG. CH. *Th.* 13

PRob. Ex puncto A. duc [a] rectam AL. parallelam ipsi BE. & ducantur rectæ AD.BI. hoc posito triangula ACD. ICB. se habent juxta 4. nam latera CD AC. [b] sunt æqualia ipsis BC. CI. & anguli contenti ICB, ACD. æquales; cum anguli I C A, BCD.

a 13. *Prop.*
b 30 *Def.*

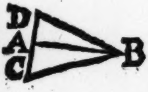


B C D
sint [b] recti, angulus *AC* cōmunis; ergo triangula *A* *CD*. *BCI*. sunt æqualia. [c] Sed
c 41 Prop: triangulum *ACD*. est dimidium paralellogrāmi *LG*. cum sint supra eandem basim *CD*. & inter easdem parallelas *AL* *CD*. & triangulum *IGB* dimidium est quadrati *GH*. ob eandem causam. [d] Ergo quadra-
d 6. Ax. tum *GH* est æquale parallelogrammo *L G*. cum eorum dimidia sint æqualia.

Jam ducātur rectæ *AE* *FC* dico triangula *FBC*. *ABE*. esse adhuc æqualia, cum se habeant juxta 4. & triangulum *ABE* esse dimidiū parallelogrammi *BL*. sicut triāgulū *FBC*. dimidiū quadrati *BG*. ergo quadratum *BG*. est æquale parallelogrāmo *BL*. Totū ergo quadratum *BD* æquale est quadratis *BG*. *CH*. quod erat probandū.
Hujus proprositionis auctor fertur Pythagoras Samius.

PROPOSIT. XLVIII.

Th: 34.



Si quadratũ quod ab uno laterum CB. *trianguli* CAB. *deſcribitur, æquale ſit eis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *deſcribuntur quadratis: contentus angulus* CAB. *ſub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus eſt.*

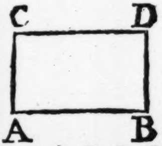
PRob [a] ducatur ex A. ipſi a 11
AB. perpendicularis AD. Prop.
ipſi AC. æqualis, jungatur-
que recta DB. hoc poſito ſic
dico [b] angulus DAB. rectus b 10
eſt, [c] ergo quadratum rectæ Def.
DB. æquale eſt quadratis re- c 47. Prop.
ctarum BA. AD. vel AC.
Jam

Jam quadratu[m]

ipsius CB. c
hypoth. æqua
est quadratis e
d 1. rundem CA. AB *d* ergo rect
Ax. CB. BD sunt æquales. Erg
triangula CAB. ADB. habe
e 8 Prop. tria latera æqualia. *e* Ergo ha
bent & angulos æquales, q
æqualibus lateribus respon-
dent. Ergo si angulus DAB
rectus est, erit etiam rectu
CAB. cùm latera DB. BC
sint æqualia.

EUCLIDIS

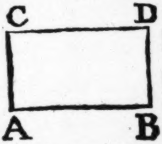
EVCLIDIS
ELEMENTUM II.
DEFINITIONES.
I.



Omne parallelogrammū rectangulum ABCD. *contineri dicitur ſub duabus rectis* AB, BD, *quæ rectum comprehendunt angulum* ABD.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.

Ob-



Obſerva 1. Illud parallelogrāmū dici rectangulū quod unū habet angulū rectum. Si enim unus est rectus [a] [b] erunt & reliqui recti.

a 29.1.
b 34.1.

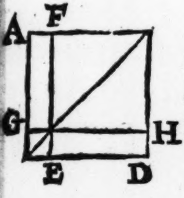
Obſerva 2. In ſequentibus nomine rectanguli, Euclidem ſemper intelligere parallelogrammum rectangulum licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas quæ per diametrum opponuntur. At oppoſitum parallelogrammum appellant AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & vno laterum, inveniri alterum latus ſi dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens, enim erit latus quæſitum.

II.

II.



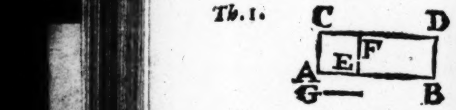
Omnis Parallelogrammi ſpatii unũquodlibet eorum quæ circa diametrũ illius ſunt, parallelogrammum, cum duobus complementis gnomon vocetur.

IN parallelogrammo AD. parallelogrammum GE. cum duobus complementis GF. EH. vocatur γνωμῶν, quod Latine normam ſonat, ejus enim ſpeciem nobis exhibet.

PROP.

PROPOSITIO I.

Th. 1.



Si fueri
duæ re
G. AB. *s*
ceturq; a
tera ipsarum AB. *in quo*
cunque segmenta AE. E
comprehensum rectangul
CB. *sub duabus rectis* AC
hoc est G. & AB. *æqual*
est comprehensis rectangu
lis CE. FB *quæ sub insi*
cta CA. *&* *quolibet seg*
mentorum EA. EB.

PRob. Ex punctis A & B
a 11. erige *a* perendiculares AC,
& 3.1. BD. æquales datæ G. & du
catur recta CD. sicque fi
b 28.1. *b* ex lineis CA. hoc est G &
c 34.1. AB. Rectangulum CB. recta
AB. utcunque divide in E &
fiat *d* EF, parallela & æqua
li

lis ipsi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus est, e quia æqualis ipsi A, & consequenter f f reliqui anguli, & latera g lateribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula CE, BF. simul sumpta sunt æqualia totali BC, hoc est partes toti h Q.E.P.

e 29.1.
f 28.1.
g 34.1.
h 19.6.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. æqualem esse duobus numeris 4. & 8 qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

E PRO-

PROPOSIT. II.

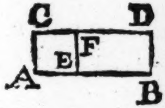
Th.2. *Si recta li-*
nea AB, *secti*
sit, utcunqu
puta in C, &
D, *Rectang*
la EC, GD,
HB, *comprehensa sub t*
ta AE, hoc est AB, &
quolibet segmentorũ AC,
CD, DB, *æqualia su*
ei, quod à tota AB, *f*
quadrato AF.

a 46 1 PRob. Ex AB. fiat a qu
b 31.1. dratum EB. ex C. & D
d 3.1 erigantur b CG. DH. paralle
læ & æquales ipsi AE. ho
posito, erit rectangulum EC
comprehensum sub tota AE
e 30 a hoc est AB & segmento AC
Def. & eodẽ modo rectãgula GD
HB. sub tota & utrolibe
segmentorum. Cum ergo re
ctangu

ctangula EC. GD HB. sint [d] d 19.6.
partes omnes suo toti quadrato AF æquales, patet rectangula comprehensa sub AE. hoc est AB & segmentis AC. CD. DB. æqualia esse quadrato lineæ AB. Q. E. P.

In numeris divide 10. in 7. & 3 dico 70 & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & 3. æqualia esse 100. quadrato numeri 10.

PROPOSIT. III.



Si recta linea AB, *secta sit utcunq; in* E. *Rectangulum* CB, *sub tota* AB, *& uno segmentorum* AC, *hoc est* AE, *comprehensum, æquale est & rectangulo* FB, *quod sub segmentis* BE, FE, *hoc est* EA, *comprehenditur, & illi quod à prædicto segmento* AE, *describitur quadrato* CE.

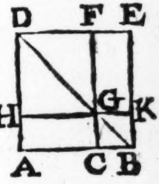
PRob. Datam AB, seco utcunque in E, ex punctis AEB, erigo a perpendiculares AC, EF, BD, parallelas b inter se & æquales segmento AE. tum duc rectam à puncto C, ad D, quæ erit parallela c ipsi AB Hoc posito sic dico, AC, est æqualis d ipsi AE, ergo rectangulum AD, est

est comprehensum sub tota AB, & vno segmentorum AC. hoc est AE Rursus FE est *d* æqualis ipsi EA. ergo rectangulum FB. est comprehensum sub segmentis BE, EF. hoc est AE. Denique parallelogrammum AF quadratum est *e* cum AC EF sint *d* perpendiculares ipsi AE & eidem æquales Ergo cum rectangulum AD æquale sit quadrato AF. & rectangulo FB. patet rectangulum sub tota AB & segmento AE æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE. EB & quadrato prædicti segmenti AE. Q. E. P.

In numeris divide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Ib.4. 

Si recta linea AB, *secta si[t] utcunq; in* C, *quadra[tum]* AB, *quod à tota* AB, *describi[tur], æquale erit & qua[dratis]* HF, CK, *quæ [à] segmentis* AC,CB, *descri[buntur], & ei quod bis sub segmentis* AC, CB, *com[prehenditur] rectangulo, nempe rectangulis* AG, GE.

a 46.1 PRob. Super datam AB, fiat a quadratum AB, ducas diametrum DB, ex C, fiat CF, parallela b rectæ BE. secans diametrum
b 31.1. in G per quod age HK. parallelam b ipsi AB. hoc posito sic dico Trianguli ADB. latera AD. AB
c 30 Def. sunt c æqualia, ergo anguli ADB ABD. sunt d æquales, ergo semi-
d 5. 1. recti, e cùm angulus A. sit rectus.
e 32. 1. Itemque dicendum de triangulo

EDB

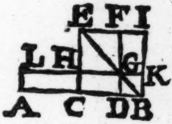
EDB. Rursus angulus DFG, rectus
est, angulus FDG, ostensus est *f* 19.1.
semirectus, ergo angulus FGD,
etiam semirectus *g* est, ergo la- *g* 32.1.
tera DF, FG, sunt *h* æqualia: sed *h* 6.1.
ipsis etiam sunt æqualia *i* latera *i* 34.1.
opposita DH, HG, ergo paralle-
logrammum FH, quadratum *k* est. *k* 30.1. Def.
Eadem de causa quadratum erit
CK, ergo HF, CK, quadrata sunt
segmentorum AC, CB, cum latus
HG, sit æquale ipsi CB. Similiter
rectangula AG, GE, continentur
sub segmentis AC, CB, quia CG,
CK, sunt æquales ipsi CB, cum
CK, sit quadratum & GF, item
æqualis rectæ HG, ob quadratum
HF, hoc est rectæ AC. Igitur cum
quadratum AE, sit æquale qua-
dratis AF, CK, & rectangulis
AG, GE, verum est quadratum
AE, super datam AB, æquale esse
quadratis segmentorum AC, CB,
& rectangulo comprehenso sub
iisdem segmentis, bis sumpto.

Si dividas 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36 æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. una cum numero 8. bis repetito, qui fit à partibus 2. & 4. inter se multiplicatis.

PRO-

PROPOSITIO V.

Th. 5.



Si recta linea AB, secetur in æqualia C, & non æqualia D. Rectangulum LD, sub inæqualibus totius AB, segmentis AD DG, hoc est *DB, comprehensum, unà cum quadrato HF*, *quod ab intermedia sectionum CD, æquale est ei quod à dimidia CB, describitur quadrato CI.*

a 46. 1. b 31. 1. PRob. Super dimidia CB, fiat a quadratũ CI, ductaq; diametro BE, agatur b per D, recta DF, ipsi BI parallela: ex eadem recta BI, sume BK, æqualẽ ipsi DB, & per punctũ K, b, agatur KL, ipsi AB, parallela & addatur AL, parallela ipsi BK, hoc posito sic dico, trianguli ECB, angulus C, c 30 Def. rectus est c & latera CE, CB, d 5. 1. æqualia, ergo d anguli E, & B, e 32. 1. sunt æquales. Ergo e semirecti. f 29. 1. Itẽ, ergo f anguli CEB, IBE, sunt æquales & semirecti e ob eandem rationẽ. Rursus in parallelogrãmo DI, angulus D BI, rectus est ex cõstructione, ergo f angulus B D F, rectus.

Nunc

Nunc in triangulo BDG angulus D rectus est: angulus DBG, probatus est semirectus, ergo & angulus BGD. semirectus est: ergo latera BD, DG, sunt æqualia: ergo est rectangulum BD. est sub inæqualibus segmentis AD, DG, hoc est DB contentum. Eodem modo demonstrabitur parallelogrammũ HF, esse quadratum supra segmentũ intermedium HG, hoc est CD, nam rectangulũ LC, æquale est ipsi DI, cum utrũq; sit æquale ipsi AK nam LC, & CK, sunt ſupra æquales bases & inter easdem parallelas: CG, vero & GI, sunt complementa & æqualia, quibus si addas cõmune DK, erunt æqualia CK, & DI, cætera autem nempe HF, CG, sunt communia.

Divide 10. æqualiter in 5 & 5. inæqualiter in 7 & 3 erit; numerus 21 ex 7 in 3 unà cum quadrato numeri intermedii 2 quod est 4 æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PROPOSIT. VI.

Tb.7.

Si recta linea AB, secetur bifariam C, eique recta quadam BD, in rectum adjiciatur, rectangulum A I, comprehensum sub tota AB, cum adjecta BD, & sub adjecta DI hoc est BD, una cum quadrato KG, a dimidia KH, hoc est CB, æquale est quadrato CE, a linea CD, quæ tum ex dimidia CB, tum ex adjuncta BD, copomnitur tanquã una linea, descripto.

a 46.1. Post super rectam CD, a fit quadratum CE, et ducta diametro, b

b 31.1. ag BG parallelam b ipsi DE, sum DI, æqualem ipsi DB, & per I, age IL, parallelam & æqualem ipsi DA, jungatur; recta

recta *LA*, quo facto sic dico Rectangla *LG*, *KB*, sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases, [b] ergo æqualia. Eidem *KB*, [c] æquale est complementum *HE*, ergo erit & *HE*, æquale ipsi *LG* & additis communibus *CH*, *BI*, gnomon *GD*, *IG*, æqualis erit toti rectangulo *AI*, quod continetur sub tota *AB*, cum adjecta *BD*, & sub adjecta *DI*, hoc est *BD*. Jam vero gnomon *GD*, *IG*, adjecto quadrato *KG*, partis dimidiæ *KH*, [d] hoc est *GB* fit æqualis quadrato ipsius *CD*, quæ est pars dimidia cum adjuncta. Ergo parallelogrammum *AI*, adjecto eodem quadrato *KG*, fiet æquale eidem quadrato *CE*.

b 36.1.
c 43.1.
d 34.1.

In muneris 10. secentur bifariã in 5. & 5. addatur ie numero 2. numero 24 qui producitur ex toto composito 12 in adjunctũ 2 una cum quadrato 25. quadrato dimidii æqualis est 49 quadrato num[illegible] quẽ ex dimidio 5. & adjecto [illegible] componitur.

PR[illegible]

PROPOSITIO VII.

Th.7. 

Si recta linea AB. *secetur utcunque in* C. *quod a tota* A B. *fiet, quodque ab uno segmentorum* CB. *utraque simul quadrata* AE. EF. *æqualia sunt & illi quod bis sub tota* AB. *& dicto segmento* CB. *comprehenditur rectangulo* AM. MF. *& ei quod a reliquo segmento* AC. *fit quadrato* HD.

a 46.1. PRob Super AB, *a* fiat quadratum AE, sume BM, æqualem ipsi C B, ducantur
b 36.1. C L, MK, *b* parallelæ ipsis BE, AB, produc BE, in G, sic
c 2 Ax. ut EG, sit æqulis ipsi BM, *c* hinc

hinc erit *MG*, æqualis ipsi *BE*, fiat quadratum *EF*, hoc posito quadratum totius *AB* quod est *AE*, cum quadrato segmenti *CB*, d hoc est *EF* æqualia sunt rectangulis *AM*, *MF*, (quæ sumuntur sub tota *AB*, & segmento *BC*, cum *BM*, sit ipsi *BC*, æqualis & in rectangulo *MF*, latera *MG*, *FG*, sint æqualia ipsis *BE*, *BM* hoc est *AB*, *CB*, vna cum quadrato alterius segmenti *AG*, quod est *KL*, totum videlice partibus omnibus.

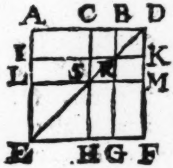
d Ex const.

Divide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. vnà cum quadrato ipsius 2 hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6 bis ducto in 2 hoc est 24. vnà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PRO-

PROPOSIT. VIII.

Tb. 8.



Si recta linea AB, *secetur utcunque in* C, *rectangulum* IB, *quater comprehensum sub tota* AB, *& uno segmentorum* BR, *hoc est* BC, *cum eo quod à relicto segmento* AC, *hoc est* LS, *fit quadrato* LH, *æquale est ei quod à tota* AB, *& dicto segmento* BD, *hoc est* BC, *tanquã ab una* AD, *describitur quadrato* AF.

PRob. Rectæ *AB*, sectæ in *C*, adjiciatur in rectũ *BD*, ipsi *BC* æqualis Super tota *AB* & adjuncta *BD*, hoc est super *AD*, fiat quadratum *ED*, et per *B* & *C* duc rectas *BG*, *CH*, ipsi *DF* parallelas, acceptisq; *DK*, *KM*, ipsis *DB*, *BC*, æqua-

æqualibus, duc rectas *KI*, *ML*, ipsi *DA*, parallelas. Hoc posito sic dico, circa *R*, cõstituta sunt quadrata quatuor, quorũ latera omnia ipsi *BC*, sunt *a* æqualia. Ducta diametro *ED*, complementa *AR*, *RF*, *b* sunt æqualia, suntq; rectangula sub tota *AB* & uno segmento *BR*, hoc est *BC*, eodemq; modo *IS*, *SG*, sũt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia *SR*, *BK*, fiet rectangula duobus præcedentibus æqualia cum sint inter easdem parallelas & æquales bases, ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & uno segmẽto. Quod si quatuor illis rectãgulis addas quadratũ *LH*, alterius partis *LS*, hoc est *AC*. vides illa omnia simul sumpta esse æqualia quadrato *ED*, quod fit supra *AD*.

a Ex const.

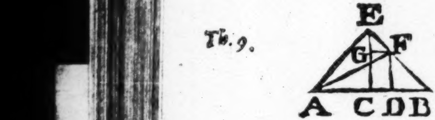
b 31.1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducatur quater numerus 6. in 2, fient 48 & addatur quadratũ ipsius 4 hoc est 16. fiet numerus 64 æqualis quadrato ipsius 8 qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

Prop.

PROPOSIT. IX.

Th. 9.



Si recta linea AB. *secetur in æqualia in* C. *& non æqualia in* D. *quadrata, quæ ab inæqualibus totius segmentis* AD. DB. *fiunt, dupla sunt, & ejus quod à dimidia* AC. *& ejus quod ab intermedia sectionum* CD. *fit quadratorum.*

PRob. Secetur recta AB, æqualiter in C, & non æqualiter in D. Ex C, erigatur CE, perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA, vel CB ducanturq; rectæ AE, EB. Deinde ex D, erigatur DF, ipsi EC, parallela secans EB, in F, & jungatur recta GF, ipsi CD, parallela, ducaturq; recta AF, hoc posito: trianguli *a* Isoscelis ACE, anguli A & E sunt *b* æquales *c* & semirecti, cum angulus ACE sit rectus, Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Jam in triangulo EGF,

a Ex const.
b 5.1.
c 32.1.

EGF. angulus G. *d* æqualis est angulo C. *a* ergo rectus, ergo anguli E. & F. *b* æquales *c* quia angulus E semirectus est: *e* ergo latera GE. GF. æqualia. Æqualis etiam utrique est CD, *a* cum GD sit parallelogrammum. Igitur si ab æqualibus CE, CB, tollantur æqualia GE, CD, recta CG, *f* hoc est DF, ipsi DB, æqualis erit

d 29. 1.
e 6. 1.
f 34. 1.

Nunc sic rem probo, quadratum rectæ AF, *g* æquale est quadratis partium inæqualium AD, DB, hoc est DF Idem quadratum rectæ AF, *g* æquale est quadratis AE, EF, quæ quadrata dupla sunt quadratorum rectorum AC, dimidiæ & CD, partis sectionibus interjectæ. Cum enim AC, CE, sunt pares & AE, det quadratum utriusque quadratis æquale, efficiet duplum quadrati ipsius AC, similiterque EF, dat duplum quadrati ipsius GF. seu CD, ergo quadratum ipsius AF, hoc est partium inæqualium AD, & DF, hoc est DB, duplum sunt quadratorum AC, partis dimidiæ & CD, lineæ sectionibus interjectæ Q. E. P.

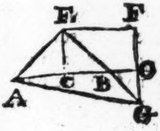
g 47. 1.

Divide 10. in 5. 5. & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49 & 9. partium inæqualium 7. & 3 sunt duplum quadratorum 25. & 4. partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PRO-

PROPOSIT X.

Th: 10.



Si recta linea AB, secetur bifariam in C, adjiciatur autem ei in recta BO, quod à tota AB, cum adjuncta BO, utraque simul quadrata AO, BO, duplicia sunt & ejus quod à dimidia AC & ejus quod à composita CO, ex dimidia CB, & adjuncta BO, tanquam ab una describitur quadratorum.

PRob Ex C, erigatur perpendicularis CE, æqualis ipsi AC, vel CB, jungantur rectæ AE, EB, ex E, fiat EF, parallela ipsi CO, per O, ducatur OF, parallela ipsi CE, occurrens recti EB in G, jungaturq; recta AG. Ostendetur ut propositione 9. angulum AEB, esse rectum & CEB, semirectum, ideòque

[a] ejus alterum EGF, semirectum. Est autem [b] angulus F, rectus [c] ergo & angulus FEG, semirectus est [d] ergo rectæ EF, FG, æquales. Eadem ratione æquales sunt rectæ BO, OG. His ita positis dico, quadratum rectæ AE, [e] duplum est quadrati dimidiæ AC, [f] eodemque modo quadratum EG, duplum est quadrati EB, hoc est CO, hoc est dimidiæ CB, & adjunctæ BO, quadratum AG, æquivalet quadratis AE, EG, ergo quadratum AG, equivalet duplo quadrati AC, & dupli quadrati CO, sed idem quadratũ AG, æquale est quadrato AO, quod fit à tota AB, & adjũcta BO, & quadrato OG, quod fit ab adjuncta OG hoc est BO. Ergo quadrata AO, OB, æquivalent dupla quadratorũ AC, & CO, quod erat probandũ.

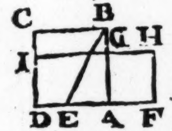
a 29.1.
b 34.1.
c 32.1.
d 6.1.
e 47.1.
f 34.1.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati numeri 169. & 9. numerorũ 13 & 3. dupli sunt numerorum quadratorũ 25 & 24. qui ex numeris 5. & 8. giguntur.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.



Datam rectam AB. *secare, ut comprehensum sub tota* AB. *hoc est* CB. *& altero segmentorum* BG. *rectangulum* CG. *æquale sit ei* FG. *quod à reliquo segmento* GA. *fit quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularē AD æqualem datæ AB. eam seca bifariam in E. duc rectam EB. & ipsi æqualem facias EA. productam in F. tunc si ex AB. abscindas AG æqualem ipsi AF. quæsita sectio erit G. Ad demonstrationem vero, supra datam AB perficies quadratum AC & supra rectam AF quadratum FG. & rectam HG. produces in I. hoc posito sic dico. Recta

DA.

DA. [a] secta est bifariam in E. *a Ex const.*
cique in rectum adjecta est
AF. [b] ergo rectangulum FI. *b 6.2.*
quod factum est sub tota DA.
& adjecta AF & sub adjecta
FH hoc est FA, una cum quadrato
mediæ EA. æqualia
sunt quadrato EF, hoc est EB.
quia ponuntur æquales. Jam
quadratum EB [c] æquale est *c 47.1.*
quadratis BA. AE. ergo quadrata
BA. AE sunt æqualia
rectangulo FI. & quadrato
EA. Ergo si commune quadratum
AE. tollas, rectangulum
FI. remanebit æquale
quadrato AB. hoc est AC.
Quod si ab æqualibus AC FI
tollas commune AI. remanebit
CG. rectangulum sub tota
CB. hoc est BA & altero
segmentorum GB. æquale
quadrato GF. quod fit à reliqua
parte GA. quod erat faciendum.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Tb. 11.

In amblygo-nijs trianguli ABC, *quadra-tum quod fit à latere* AC, *angulum ob-tusum* B, *ſubtendente, majus eſt quadratis quæ fiunt à lateribus* AB, BC, *obtuſum* B, *comprehen-dentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehen-ſi, & ab uno laterum* CB, *quæ ſunt circa angu-lum obtuſum in quod cum protractum fuerit puta in* D, *cadit perpendicularis* AD, *& ab aſſumpta ex-terius linea* AD, *ſub per-pendiculari* AD, *prope angulum obtuſum* ABC.

Vult igitur in propoſit figura, quadratum late-ris AC, æquale eſſe quadrati

Al

AB BC & rectangulo ex lineis *CB*, *DB* bis sumpto. Sic autem probatur. Recta *C D*, divisa est utcumq; in *B*, *a* ergo a 4. 2.
quadratum rectæ *CD*, æquale est quadratis rectarum *CB*, *BD*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB*, *BC*. Adde commune quadratum rectæ *DA*, erunt duo quadrata rectarum *CD*, *DA*, æqualia tribus quadratis *DA*, *DB*, *CB*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB*, *BC*, sed quadratum rectæ *AC*, æquivalet quadratis *AD*, *DC*, igitur & quadratum rectæ *AC*, æquale erit tribus quadratis rectarũ *AD*, *BD* *BC*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB*, *BC*, Nunc quadratum rectæ *AB*, æquale est quadratis ipsarum *BD DA*, ergo quadratum rectæ *AC*, æquale est quadratis rectarum *CB*, *BA*, & rectangulo bis contento sub *CB*, *BD*. In triangulo igitur, &c.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Th. 12.

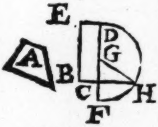
In Oxygoni[s] triangulis AC[B] *quadratū à la-tere* AB. *acutum angu-lum* C. *subtendente, mi-nus est quadratis qu[æ] fiunt à lateribus* BC.CA *acutum angulum* C.*com-prehendentibus, pro quan-titate rectanguli bis com-prehensi & ab uno late-rum* BC. *quæ sunt circ[a] angulum acutum: & in assumpta interius line[a]* DC. *sub perpendiculari, prope acutum angulum* C.

PRob. Constituta ut vides figura: recta BC, divisa est utcunq; in D, ergo per 7.2. quadra-

quadrata rectarum *BC*, *DC*, æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub rectis *BC*, *CD*, & quadrato reliqui segmenti *BD*. Addo utrisque commune quadratum rectæ *DA*, sic tria quadrata *BC*, *DC*, *DA*, æqualia sunt quadratis duobus *BD*, *DA*, & rectangulo bis sumpto sub *BC*. *DC*. Nunc quadratis duobus *DC*. *DA*, a æqaule est quadratum *AC*. Ergo duo quadrata rectarum *BC*, *CA*, æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub *BC*, *DC*, & quadratis *BD*, *DA*, a hoc est *AB*. Ergo quadratum rectæ *BA*, minus est quadratis *AC*, *CB*, rectangulo bis sumpto suo rectis *BC*, DC, quod erat probandum. a 47.1.

PROPOSITIO XIV.

Th. 13.



Dato recti-lineo A, æquale quadratũ CH, constituere.

PEr 45. 1. fiat rectangulum BD, æquale rectilineo A, si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producatur unum puta DC, in F, sicut CF, æqualis sit ipsi CB, seca bifariam DF, in G, & centro G, spatio D, duc circulum DHF, producito latus BC, in H, quadratũ quod fiet ex CH, erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF, secta est æqualiter in G, & non æqualiter in C, ergo rectangulum CE, sub inæqualibus segmentis DC, CB, hoc est CF, una cum quadrato segmenti medii GC, a æqualia sunt quadrato rectæ GF, b hoc est GH,

a 5. 2. b 15 Def. 1.

qui-

quadratum GH, c æquale est c 47.1.
quadratis GC, CH & consequenter quadrata GC, CH, æqualia sunt rectangulo CE, & quadrato GC. Ergo si tollas commune quadratum GC remanebit quadratum rectæ CH, æquale rectangulo CE, hoc est rectilineo A, quod erat faciendum.

OBJECTIO.

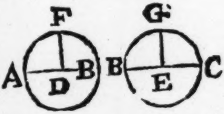
IN superioribus, frequenter usus es numeris: cum tamē in demōstrationibus geometricis numeri usui esse non possint; quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant. Resp. 1. Semper in omnibus præponi geometricas demonstrationes. Resp. 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis affectionibus & irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus, quæ sola quantitate continua cognoscuntur: verum

rum nemo negârit in demonstrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

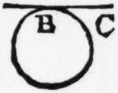
EUCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTUM III.

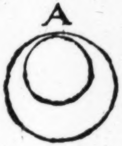
DEFINITIONES.



1 *Æquales circuli sunt, quorum diametri AB, BC, sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris DE, rectæ lineæ DF, EG, sunt æquales.*



2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat,* puta in *B, si producatur in C, circulum non secat.*



3. *Circuli se mutuo tangere dicuntur, qui sese mutuo tangentes in A. sese mutuo non secant.*

4. *In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicuntur, cum perpendiculares DE. DF. à centro D. ad ipsas AB. GK. ductæ æquales sunt, longius autem abesse dicitur GH. in quam major perpendicularis DI. cadit.*

5. *Segmentum circuli, est figura quæ sub recta AB. & cir-*

culi peripheria ACB. comprehenditur.

6. Segmenti autē angulus est CAB qui sub recta linea AB. & circuli peripheria CA. comprehenditur.

7 In segmento autem angulus est ABC. cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam B. & ab eo in terminos recta AC. quæ est basis segmenti, rectæ BA. BC. fuerint adjunctæ, is inquam angulus ABC. ab adjunctis illis rectis BA. BC. comprehensus.

 8. Cum

8. *Cum vero cõprehendentes angulũ DAB, rectæ AD, AB, aliquam aſſumunt peripheriam BCD, illi angulus dicitur inſiſtere.*

9. *Sector circuli eſt, cum ad ipſius circuli centrum A, angulus BAC, fuerit conſtitutus: comprehenſa nimirum figura & à rectis AB, AC angulum BAC, continentibus & à peripheria BC, ab illis aſſumpta.*

10. *Simi-*

10. *Similia circuli segmenta sunt ABC, DEF, quæ angulos BAC, EDF, capiunt æquales, aut in quibus anguli CBA, FED, inter se sunt æquales.* Dicendum potius fuisset, quæ sunt in eadem ratione ad suos circulos: & fuisset propositio facienda, quod quæ angulos æquales faciunt & sunt similia, & probaretur, quia similibus insistunt peripheriis.

PROPOSITIO I.

Prob. 1

Dati circuli ABC, centrum F, reperire.

a 10.1. PRaxis. Ductam utcunque lineam *AC*, a divide bifa-
b 11.1. riam in *E*. Ad punctum *E*, b erige perpendicularem attingentem ambitum in *B*, & *D*, hanc *BD*, bifariam a seca in *F*, punctum *F*, erit centrum circuli.

Prob. Non est aliud punctū in recta *BD*, c cum centrū ibi
c 15. 1. Def. sit tantū ubi linea secatur bifariam. Neque erit extra rectā *BD*. Sit enim in *G*, ducanturque *GA*, *GE*, *GC*, Latera *GA*,
d Ex const. *AE*, sunt æqualia ipsis *GC*, *CE*, & *GE* commune. Ergo
e 8.1. tota triangula e sunt æqualia, & anguli *GEA*, *GEC*, æqua-
f 10.1. Def. les. f Ergo angulus *GEA*, rectus: quod esse non potest
g Ex const. cum ejus partialis *FEA* g sit rectus.

PRO-

PROPOSIT. II.

Si in circuli ABC, *peripheria, duo quælibet puncta* AC, *accepta fuerint, recta* AC, *quæ ad ipsa puncta adjungitur, intra circulũ* ABC, *cadet.* Th. 1.

PRop. Si non cadat intra, cadat
extra, sitq; recta ADC. Centro a 1.3.
E, a reperto, ducantur rectæ EA,
EC, ED, secétque ED, peripheri-
am in B, quia autem trianguli EA
DC, (qui rectilineus ut vis poni- b 15.1.
tur) latera EA, EC, sunt b æqua- Def.
lia, c erunt anguli EADC, ECDA,
æquales. Est autem externus c 5.1.
ADE, d major interno DCE, & d 16.1.
per consequens quam EAD. Ergo
AE, & ei b æqualis EB, e major e 19.1.
erit quam ED, pars toto. Non
ergo recta ex A, ad C, ducta, ex-
tra circulum cadet, ergo intra.

PROPOSIT. III.

Tb. 2.

Si in circulo CBD, *recta quædam* CE, *per centrum* A, *rectam quandam* BD, *non per centrum, bifariam in* F *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

a 15. d. 1. PRob. 1a. pars. Ductis à centro A. a æqualibus rectis AB, AD, triangula ABF, AFD, habent omnia latera
b 8. 1. æqualia, singula singulis: b ergo anguli AFB, AFD, sunt æ-
c 10. d 1. quales, c ergo recti,

Prob. 2a pars. Latera AB, AD, sunt æqualia: angulus
d 5. 1. ABD, d æqualis est angulo
e Ex concessi ADB, & AFB, e ipsi AFD.
f 26. 1. f Ergo latera BF, FD sunt æqualia.

Prob.

PROPOSIT. IV.

Si in circulo ADB, *duæ rectæ* AB, CD, *ſeſe invicem ſecent, non per centrum* F, *extenſæ, non ſeſe bifariam ſecant.* Th. 3.

PRob. Vis ut altera tantum per centrum tranſeat & alia non: *a* ergo altera alterã non ſecabit bifariam. Vis ut neutra tranſeat. Ex centro F, in punctum ſectionis E, duco rectam FB, & ſic dico. Vis rectas EA, EB, eſſe æquales. *b* Ergo anguli FBA, FEB, ſunt recti. Similiterque vis rectas EC, ED, eſſe æquales, *b* ergo angulus FEC, rectus quod repugnat, cum ſit pars recti FEB.

a 15. *d* 1.

b 3. 3.

PRO-

PROPOSIT. III.

Th. 2.

Si in circulo CBD, recta quædam CE, per centrum A, *rectam quandam* BD, *non per centrum, bifariam in* F *secet, & ad (angulos) rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

a 15. d. 1. PRob. 1a. pars. Ductis à centro A a æqualibus rectis AB, AD, triangula ABF, AFD, habent omnia latera

b 8. 1. æqualia, singula singulis: b ergo anguli AFB, AFD, sunt æ-

c 10. d 1. quales, c ergo recti,

Prob. 2a pars. Latera AB, AD, sunt æqualia: angulus

d 5. 1. AFD, d æqualis est angulo

a Ex- ADB, & AFB, e ipsi AFD.

cons. f 26. 1 f Ergo latera BF, FD sunt æqualia.

Prob.

PROPOSIT. IV.

Si in circulo Th. 3.


ADB, *duæ rectæ* AB, CD, *ſeſe invicem ſecent, non per centrum* F, *extenſæ, non ſeſe biſariam ſecant.*

PRob. Vis ut altera tantum per centrum tranſeat & alia non: *a* ergo altera alterã non ſecabit biſariam. Vis ut neutra tranſeat. Ex centro F, ad punctum ſectionis E, duco rectam FE, & ſic dico. Vis rectas EA, EB, eſſe æquales. *b* Ergo anguli FEA, FEB, ſunt recti. Similiterque vis rectas EC, ED, eſſe æquales, *b* ergo angulus FEC, rectus quod repugnat, cum ſit pars recti FEB.

a 15. *d* 1.

b 3. 3.

PRO-

PROPOSITIO V.

Th. 4.

Si duo circuli DCB, ECB, *ſeſe mutuo ſecent in* B, *&* C. *non erit illorum idem centrum* A.

PRob. Ductis rectis *AB*, *AD*, hæ erunt æquales, cum ſint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam *AE*, *AD*, erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam : pars toti: quod repugnat.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli AB, CB, *sese mutuo interius tangant in* B, *eorum non erit idem centrum* D. Th. 5.

PRob Ductis *BD*, *DC*, linea *DA*, est æqualis lineæ *DB*, cum sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ *DC*, *DB*, sunt æquales ob eandem causam. Ergo *DA*, *DC*, erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Th. 6.

Si in circuli diametro AB, *sumatur aliquod punctum* G, *quod non sit centrum circuli : & à puncto* G, *quædam rectæ* GC, GD, GE, GN, *in circulum cadant : maxima quidem erit* GA, *in qua centrum* F, *minima vero reliqua* GB, *aliorum vero, semper ejus, quæ per centrum ducitur, propior* GC, *remotiore* GD, *major erit: solum autem duæ rectæ* GE, GN, *ab illo puncto* G, *æquales in circulum cadunt ad utrasq;* (partes) *minimæ.*

PROP.

PRob. 1. pars. Ductis rectis FC, FD, FE, FN, ex centro F, duo latera CF, FG, trianguli CFG, *a* majora sunt tertio CG, at hæc sunt æqualia toti GA, ergo GA, est majus quam GC.

Prob. 2. Latera EG, GF, trianguli EGF, *a* majora sunt tertio AF, ergo majora sunt quam sit linea FB, quæ est æqualis ipsi FE, ergo si dematur utriq; communis recta GF, remanebit GE, major quam GB. *a* 20.1

Prob. 3. Triangula CFG, DFG, habent latera FC, ED, æqualia, & latus FG, commune, angulus vero CFG, major est angulo DFG, totum parte: ergo latus CG, *b* majus erit quam DG, *b* 24.1.

Prob. 4. Facto angulo GFN, æquali GFE, GN, GE, erunt *c* æquales. Nec à puncto G, aliæ duci possunt æquales ipsis GE, GN, erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. *c* 4.1.

PRO-

PROPOSIT. VIII.

Th.7.

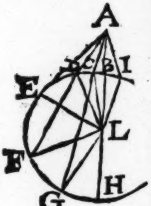
Si extra circulum BEH, sumatur punctũ quodpiã A, & a puncto ad circulum ducantur rectæ quædam AF, AG, AH, quarum una quidem per centrum L, reliquæ vero ut libet. In cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima (erit) *quæ per centrum L,* (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrũ L, remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa*

illa quæ inter punctum A, *&* *diametrum* BH, *(ponitur) aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB , *remotiore semper minor est, Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A, *cadent in circulum ad utraque mi-nimæ* AB, *latera.*

PRob. 1a pars. Ductis rectis LG, LF, duo latera AL. LG, hoc est LH, [a] majora sunt tertio AG, ergo AH, major erit quam AG. a 20 1

Prob.2. Latera AL, LG, trianguli ALG, sunt æqualia lateribus LF, LA, trianguli ALF, angulus autem ALG, major est angulo ALF [b] ergo latus AG, majus est latere AF. b 24.1.

Prob.3. Ductis rectis, LC, LD, duo latera AC, LC, trianguli [a] majora sunt tertio AL, demantur æqualia LB, LC,



LC, remane-
bit AC, major
quam BA.

Prob. 4. Quia
intra triangu-
lũ ALD, duæ
rectæ AC,
CL, jungun-
tur: c erunt la-
c 21.1. teribus trianguli minores;
demptis igitur æqualibus LC,
LD, remanebit DA, major
quam CA

Prob. 5. Facto angulo ALI,
æquali ALC, duo triangula
d 4.1. illa d erunt æqualia, ergo late-
ra AI, AC, æqualia: neq; alia
duci potest recta, his æqualis,
erit enim semper propior mi-
nimæ AB, vel remotior &
e 21.1. consequenter e major vel mi-
nor.

PRO-

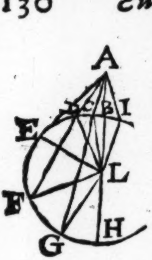
PROPOSIT. IX.

Si intra circulum BCD, *sumptum sit aliquod punctum* A, *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB, AC, AD, *acceptum punctum, centrum est circuli.* Tb.8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, divisisque bifariam per rectas AE, AF, triangula ADF, ACF, *a* erunt æqualia, ergo anguli DFA, AFC, æquales, *b* ergo recti: ergo in lineaFA, est *c* circuli centrum. Rursus cum idem sit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum vero non sit in duobus locis, debet esse ubi se intersecant.

a 8. 1.
b 10 *def.* 1.
c 1. 3.

PRO-



LC, remanebit AC, major quam BA.

Prob. 4. Quia intra triangulũ ALD, duæ rectæ AC, CL, junguntur: *c* erunt lateribus trianguli minores, demptis igitur æqualibus LC, LD, remanebit DA, major quam CA.

c 21.1.

Prob. 5. Facto angulo ALI, æquali ALC, duo triangula illa *d* erunt æqualia, ergo latera AI, AC, æqualia: neq; alia duci potest recta, his æqualis, erit enim semper propior minimæ AB, vel remotior & consequenter *e* major vel minor.

d 4.1.

e 21.1.

PRO-

PROPOSIT. IX.

Si intra circulum BCD, *ſumptum ſit aliquod punctum* A, *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB, AC, AD, *acceptum punctum, centrum eſt circuli.* Tb.8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, diviſisque bifariam per rectas AE, AF, triangula ADF, ACF, *a* erunt æqualia, ergo anguli DFA, AFC, æquales, *b* ergo recti: ergo in linea FA, eſt *c* circuli centrum. Rurſus cum idem ſit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum vero non ſit in duobus locis, debet eſſe ubi ſe interſecant.

a 8. 1.
b 10 *def.* 1.
c 1.3.

PRO-

PROPOSITIO X.

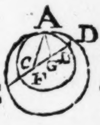
Th. 9.

Circulus AEF, *non secat circulum* FDC, *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim in tribus si vis Circuli EFC, centro
a 1.3. G, *a* invento, ducantur rectæ GA, GC, GF, quæ quia sunt æquales, & attingunt ambitum
b 9.3. circuli utriusq; punctum G, *b* erit etiam centrum circuli utriusque, quod est absurdum per 5, hujus.

PRO-

PROPOSIT. XI.



Si duo circuli ABC, AED, *contingant ſeſe interius* A, *& ſumpta fuerint eorum centra* G, F, *ad eorum centra adjuncta recta linea* FA, *& producta, in contactum* A, *cadet circulorum.* Th. 10.

PRob. Ducta recta DE, conjungens eorum centra, non incidat in contractū, à puncto F. centro circuli ADE, ducatur recta FA, & puncto G centro circuli ABC, ducatur GA, duo latera GF, GA, [a] majora ſunt tertio FA ergo majora latera FD, cum FA, FD, ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA, majus, latere GD. Eſt autem GA, æqualis lateri GB, ergo GB, majus erit quam GD, pars toto. Pro-

a 20

PROPOSIT. XII.

Th. 11.

Si duo circuli ABC, E B D, contigant se invicem exterius B, quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum trahetur.

PRob. Si neges: sit recta FG, centra conjungens. Ductis FB, GB, latera BF, a 20.1. BG, a majora sunt tertio FG, quod tamen majus probatur illis: nam FG, FB, sunt æqualia, cum sint à centro ad peripherium: similiterque GD, GB, ergo si illis addas CD, majus erit FG, quam FB, GB, ergo GF, non est recta jungens centra.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Circulus circulū non tangit in pluribꝰ punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangat. Th. 12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum [a] debebit esse in linea, quæ junget contactum circulorū: vtriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra puta G, & H, quod fieri non potest, cum linea in vnico puncto, possit tantum secari bifariam.

a 11. & 12. 3.
b 6.

PROPOSITIO XIV.

Th. 13. 

In circuli ABC, *æqua-les rectæ* AB, DC, *æquali-ter distant à centro* E, *& æqualiter distantes à cen-tro, sunt sibi invicem æ-*
a 12.1. *quales.*

b 3.3. PRob. A centro E, in rectas AB, C D, *a* duc perpendiculares
c 47.1. EF, EG, rectæ AB, CD, secta erunt bifariam. Junctis EA, ED, quadratum rectæ ED, *c* est æqua-le quadratis rectarum DG, GE.
d 4 def. Demptis ergo æqualibus EA, ED,
3. AF, GD, remanebit recta FE, æqualis rectæ EG, & consequen-ter rectæ AB, CD, *d* æqualiter distant à centro.

Prob. 2. pars. Ex probatis qua-drata EG, GD, sunt æqualia qua-dratis EF, FA, & quadratum EG,
e 7 Ax. æquale quadrato EF, ergo qua-dratum FA, æquale est quadra-to GD, *e* ergo recta BA, æqualis est, rectæ DC

PRO-

PROPOSITIO XV.

In circulo AB. CD. *maxima quidē est diameter* AF. *aliarum vero semper propior* BE. *centro* G. *erit major remotiore* CD. Tb. 14.

PRob 1. pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GE, trianguli GBE, *a* majora sunt tertio BE, at hæc sunt æqualia diametro AF, ergo AF, major est quam BE. *a* 20.1

Prob. 2. Ductis rectis GC, GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGE, major est angulo CGD, *b* ergo latus BE, majus latere CD. *b* 14.1.

XROPOSIT. XVI.

Th. 15. 

[1] *Quæ ab extremitate diametri AC, ad rectos angulos linea EF, ducitur, cadet extra circulum ABC.* [2] *& in locum inter ipsam EF, & circumferentiam AHB, altera recta GA, non cadet:* [3] *& semicirculi angulus DAB, major erit omni acuto angulo rectilineo:* [4] *reliquum autem EAH, minor.*

Prob. 1 pars. Si non cadat extra, cadat intra ut recta BA. Tunc trianguli ADB,
a 15. d 1. duo latera DA, DB, a sunt æqualia, ergo anguli DAB,
b 5. 1. DBA, b sunt æquales, quod esse non potest per 17. 1. ponitur enim angulus DAB, rectus, ergo, &c.

Prob.

Prob. 2. Vis posse duci *GA*, ducatur: [e] in eam ex centro *D*, poteris ducere perpendicularem *DG*, ducatur: tunc cum angulus *DGA*, sit rectus, minor recto [d] erit *DAG*, ac proinde latus *DG*, minus latere *DA*, per 19. 1. totum videlicet parte, quod est absurdum. e 12.1. d 17.1

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo *DAB*, deberet duci recta inter rectam *EA*, & peripheriam *AB*, quod jam probavi fieri non posse.

Prob 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo *EAB*, duceretur recta inter *AE*, & peripheriam *AB*, quod ut jam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectum ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet [e] intra circulum. e 2. 3.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A, *rectam lineam* AC, *ducere, quæ datum tangat circulum* BCD.

PRaxis. Centro D. spatio A, fiat pars circuli AE, ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE, jungaturque recta DE, à puncto A. ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, se habent juxta 4. 1. cum latera DA, DE, DB, DC, sint a æqualia & angulus D, communis Ergo cum angulus EBD, sit rectus, rectus etiam erit DCA, ergo recta AC, b tanget circulum.

a 15. 1. Def.

b 16. 3.

PRO-

PROPOSIT. XVIII.

Si aliqua recta AB, tangat circulum DCE, à centro vero D, ad contactum C, quædam recta DG, adjungatur: quæ adjungitur, DC, perpendicul[illegible] erit ad eam quæ contingit AB. Th. 16

PRob. Si negas: sit alia, puta *DB*, ergo cum angulus *B*, ponatur rectus, minor recto [a] erit angulus *G*, ergo latus *DC*. [b] majus erit latere *DB*, pars toti quod est absurdum.

[a] 17.1.
[b] 19.1.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto A, rectam lineam AC, *ducere, quæ datum tangat circulum* BCD.

PRaxis. Centro D. spatio A, fiat pars circuli AE, ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE. jungaturque recta DE, à puncto A. ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, se habent juxta 4.1. cum latera DA, DE, DB, DC, sint a æqualia & angulus D, communis Ergo cum angulus EBD, sit rectus, rectus etiam erit DCA, ergo recta AC, b tanget circulum.

a 15.1. Def.

b 16.3.

PRO-

PROPOSIT. XVIII.

Si aliqua recta AB, tangat circulum DCE, à centro vero D, ad contactum C, quædam recta DG, adjungatur: quæ adjungitur, DC, perpendicul , erit ad eam quæ continget AB. Th.16

PRob. Si negas: ſit alia, puta *DB*, ergo cum angulus *B*, ponatur rectus, minor recto a erit angulus *C*, ergo a 17.1.
latus *DC*. b majus erit latere b 19.1.
DB, pars toti quod eſt abſurdum.

PROPOSIT. XIX.

Th.17.

Si circulum EDC, *contingat aliqua recta* AB, *à contactu vero* C, *tangenti* AB, *ad rectos angulos recta linea* EC, *ducta sit, inducta* EC, *erit centrum circuli* D.

PRob. Si negas, sit ubi est F, ducta FC, ipsi AB, a
a 18.3. erit perpendicularis, ergo angulus rectus FCB, recto DC B, erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

PRO-

PROPOSIT. XX.

In circulo DFGA angulus BEC, ad centrum E, duplex est anguli BAC, ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria BC, basis angulorum. Tb. 18

PRob. Id tribus potest modis contingere. Includant 1. rectæ AB, AC, rectas EB, EC, ductaque AF, per centrum E, duo latera EA, EB, erunt æqualia *a* ergo anguli EBA, EAB, æquales: angulus autem BEF, duobus EAB, EBA, *b* est æqualis, ergo duplus anguli BAE, Idem dic de angulo FEC, respectu anguli EAC, ergo totus BEC, totius BAC, erit duplus.

a 5. 1.
b 32. 1.

2. Rectæ DC, DG, non includant rectas EG, EB, cum latera ED, EB, sint æqualia anguli EDB, EBD. *c* erunt æquales. His autem duobus, anguuls GEB, est *d* æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB.

c 5. 1.
d 32. 1.

3. Triangula BEC, BDC, sese intersecent, ducaturque recta DG, per centrum E, totus angulus GEC, erit duplus totius GDC, angulus vero GEB, duplus est anguli GDB, ergo reliquum BEC, duplum erit reliqui BDC, quod erat probandum. Prop.

PROPOSIT. XXI.

Th. 19.

In circulo AD, CB, qui in eodem segmento BC, sunt anguli BAC, BDC, sunt inter se æquales.

a 20. 3. PRob. Angulus BEC, a est duplus anguli BAC, & duplus anguli BDC, b ergo anguli BAC. BDC, sunt inter se æquales.

b 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo ABCD, (descriptorum) oppositi anguli DCB, BAD, duobus rectis sunt aequales. Th. 20.

PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione *a* sunt aequales, similitérque anguli BAC, BDC, ergo totus angulus ADC, est aequalis angulis BCA, BAC, sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC *b* valent duos rectos, ergo angulus ADC, aequalis ipsis BCA, BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur, Ergo, &c.

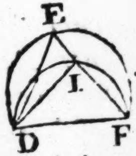
a 21.3.

b 23.1.

PRO-

PROPOSIT. XXIII.

Tb. 22.



Super eadem recta DF, duo segmenta circulorum similia DIF, DEF, & inaequalia, non constituentur ad easdem partes.

PRob. Sint enim si fieri potest DIF, DEF, similia segmenta, ductis rectis ED, EF, ID, anguli DIF, DEF, a erunt aequales, quod est ab-
a 10. Def. 3. surdum per 1.61.

PRO-

PROPOSIT. XXIV.

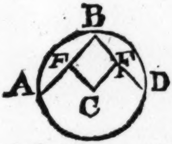
Super æqualibus rectis AB, EF, ſimilia ſegmenta circulorum ſunt inter ſe æqualia. Th. 22.

PRob. Collocetur AB, ſuper DF, a congruent: ſi non a 8 Ax congruant ſegmenta vel unum totum extra aliud cadet, quod eſt abſurdum per 23. vel cadet partim intra partim extra & ſic circulus circulum ſecabit in pluribus punctis quam duobus, quod repugnat per 10.3.

PRO-

PROPOSIT. XXV.

Prob. 3.



Circuli ABD, segmento dato ABD, describere circulum, cujus est segmentum.

PRax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A B D, ductisque rectis AB, BD, a divisisque bifariam & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum C, in quo se intersecant erit centrum.

a 10.& 11.1.

Prob. Per 1.3. centrum est in utraque CE, CF, ergo ubi se intersecant. Circuli enim unius unicum tantum potest esse centrum.

PROPOSIT. XXVI.

In æqualib9 circulis ABC, DEF, æquale: ãguli G, & H, B, & E, æqualibus peripheriis AC, DF, insistunt, sive ad centra G, & H, sive ad peripherias B, & E, constituti sint. Th:23.

PRima pars. Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD HF, & angulo H, *a* ergo bases AC, DF, sunt æquales. *b* Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales. *a* 4.1. *b* 24.3.

Prob. 2. Anguli ABC, DEF, ponuntur æquales. *c* ergo segmenta ABC, DEF, sunt similia, *d* ergo æqualia *a* cum rectæ AC, DF, sint æquales. remanebunt segmenta AC, DF, *e* æqualia. *c def.* 10 3. *d* 23.3. *e* 3 *Ax.*

PRO-

PROPOSIT. XXVII.

Th. 24. 

In æqualibus circulis ABC, DEF, anguli, qui in æqualibus peripheriis AC, DF, insistunt, sunt inter se æquales, sive ad centra G, & H, sive ad peripherias B, & E, constituti, insistant.

PRob. Si non sint æquales, sit alter major, puta *AGC*,
a 23.1. a fiatque *AGI*, ipsi *DHF*, æ-
b 26.3. qualis, peripheria *AI*, erit b æqualis peripheriæ *DF*, sed peripheria *DF*, ponitur æqualis ipsi *AC*, ergo *AC*, & *AI*, erunt æquales, pars toti: I-
c 7 Ax. dem c dic de angulis *B*, & *E*,
d 20.3. cum *G*, & *H*, d sint eorum dupli.

PROP.

PROPOSIT. XXVIII.

In æqualibus circulis ABC, DEF *æquales rectæ* AC, DF, *æquales peripherias* AC, DF, ABC, DEF, *auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.* Th. 25.

PRob. Ductis rectis *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, triangula, *AGC*, *DHF*, [a] sunt æqualia. Ergo angulus *G*, angulo *H*, est æqualis, ergo peripheria *AC*, *DF*, [b] æquales [c] ergo reliquæ *ABC*, *DEF*, sunt æquales.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3 Ax.

PRO-

PROPOSIT. XXIX.

Tb. 26.

In æqualibus circulis ABC, DEF, *æquales peripherias* ABC, DEF, AC, DF, *æquales rectæ* AC, DF, *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, anguli *G*, & *H*, [a] erunt æquales: latera etiam *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, sunt æqualia ex suppositione: ergo bases *AC*, *DF*, [b] erunt æquales.

a 27.3.
b 4.1.

PROPOSIT. XXX.

Datam peripheriam ABC secare bifariam puta in B. Prob. 4.

PRaxis. Ducatur recta AC, eam divide *a* bifariam in D, per perpendicularem BD, erit peripheria secta bifariam in B. *a* 10.1.

Prob. Ductis rectis AB, CB, triangula ABD, DBC, se habent juxta 4.1. ergo latera AB, CB, sunt æqualia. *b* Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt æquales. *b* 28.3.

PRO-

PROPOSIT. XXXI.

Tb.27. 

[1] *In circulo ABCE, angulus ABC, qui in semicirculo, rectus est:* [2] *qui autem in majore segmento B C A, minor recto:* [3] *qui vero in minore segmento BEC, major recto:* [4] *& insuper angulus CBA,* ex recta CB, & peripheria BA, *majoris segmenti, recto quidem major est;* [5] *minoris autem segmenti angulus EBC,* qui ex peripheria EB, & recta BB, *minor est recto.*

Prob. 1. pars. Centro D. ductis rectis DA. DB DC.
a 5 1. anguli DAB. DBA. a erunt æqua-

æquales; itemq; anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC. est æqualis angulis A. & DCB. sed his *b* est æqualis FBC. ergo angulus ABC. *c* est rectus. *b* 32.1. *c* 13.1.

Prob. 2. Angulus ABC. est rectus, ergo angulus ACB. in majore segmento *d* est minor recto. *d* 32.1.

Prop. 3. Fiat quadrilaterũ EA. angulus A. *e* minor est recto, ergo angulus BEC. in minori segmento *f* est major recto. *e per 1: partem hujus.* *f* 22 3.

Prob 4. Angulus ex peripheria AB. & recta CB. est major angulo composito ex rectis AB. BC. totum videlicet parte.

Prob 5. Angulus compositus ex peripheria EB. & recta CB. minor est angulo composito ex recta FB.BC. pars toto. Hujus propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum. 650.

Prop.

PROPOSIT. XXXII.

Th. 28. 

Si circulum CEF, tetigerit aliqua recta AB, à tactu autem C, ducatur quaedam recta, secans circulum DC, vel *EC, anguli quos ad tangentem AB, faciet, erunt aequales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus* id est angulus ACE, æqualis est angulo F, & angulus BCE, angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC, cum angulus ACD, sit rectus, angulus qui
a 31. 3. fieret in semicirculo, illi *a* esset æqualis: si vero non sit rectus ut ACE, primo duc rectam DC, per centrum, deinde accipe in peripheria aliquod

quod punctum puta G, ducanturque rectæ DE, EG, GC, cũ angulus DEC, in semicirculo *b* sit rectus, reliqui duo puta ECD, EDC, *c* valent vnum rectum: sed anguli ACE, & ECD, valent etiam vnum rectum, cum recta DC, sit perpendicularis. dempto igitur communi ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui *d* æqualis est angulo CF E, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG, anguli in circulo oppositi EDC, EGC, *e* valeant duos rectos, sicut & anguli ACE, ECB, qui *f* valent etiam duos rectos & angulus CDE, sit *g* æqualis ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æquali.

b 31.3.
c 32.1.
d 27.3
e 22.3.
f 13.1.
g per 14 partem hujus.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Prob. 5.

Super data recta AB, portionem circuli describere, quæ capiat angulum datum angulo rectilineo æqualem.

SI datus angulus sit rectus, qualis est E, recta AB, divisa bifariam in D, centro D, spatio DA, si fiat semicirculus AFCB, ductis rectis

a 31.3. AC, CB, angulus C, a erit æqualis dato angulo E, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus ut C, sitque data recta BA, ad punctum A, fiat

b 23.1. angulus DAB, b æquales angulo C, ductaque ad punctum A, perpendiculari FA, fiat angulus EBA æqualis angulo

c 6.1. EAB, latera EB, EA, c erunt æqualia.

æqualia, quare si puncto E. spatio E A, fiat circulus, transibit per punctum B. quo posito sic probatur. Cum recta FA, sit diameter, & recta DA, ad ejus extremum sit ei perpendicularis, *d* tanget circulum: ergo angulus DAB, *e* erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H, eadem erit demonstratio: angulus enim AIB, ipsi H, erit *e* æqualis.

d per corol. 16. 3.
e 32. 3.

PROPOSIT. XXXIV

A dato circulo AB C, segmentum CBA, abscindere, capiens angulum B, æqualem dato angulo rectilineo D.

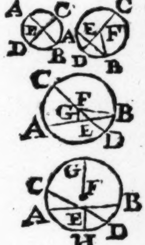
Prob. 6.

D*a*Ucatur tangens EF, ad punctum A, *b* fiat angulus CE, æqualis dato D, portio ABC, *c* capiet angulum B, æqualem dato.

a 17. 3.
b 23. 1.
c 32. 1.

PROPOSIT. XXXV.

Th. 29.



Si in circulo AD BC, duæ rectæ AB, CD, se mutuo in E, secuerint, rectangulum comprehensũ sub segmentis unius, AE, EB, æquale est ei quod sub segmentis alterius CE, ED, comprehenditur rectangulo.

PRob. 1. Rectæ ABCD, secent se in centro E, rectangulum unius alteri erit æquale: cum omnes rectæ sint æquales

2. Sola CD, transeat per centrũ F, dividatque rectam AB, bifariam in E, a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB, quo facto, cum recta CD, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E, erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE, ED, cum quadrato segmenti intermedii FE, b æquale quadrato dimidiæ FD, vel FB, sed quadratum c FB, est æquale quadratis BE, EF. Ideoq; FB, est æquale rectangulo CE, ED,

a 3.3. b 5.2. c 47.1.

ED, cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE, remanebit rectangulum CE,ED æquale quadrato BF hoc est rectangulo sub BE,EA, cum ponantur æquales.

3. Recta CD, transiens per centrum F, rectam AB, non dividat bifariam in E, ductaque recta FB, & perpendiculari FG, rectangulũ sub CE,ED, cum quadrato FE, *d* erit æquale quadrato FD, vel FB, rectangulum etiam sub AE,EB, cum quadrato GE, *d* est æquale quadrato GB, adde quadratum FG, cum quadratum FB, sit æquale quadratis FG, GB, erit rectangulum AE, EB, cu quadratis EG,GF, æquale quadrato FB, hoc est rectangulo CE, ED, & quadrato FE, ergo cum quadratum FE, sit æquale quadratis FG, GE, si ab uno demas FE, & ab alio EG, GF, remanebunt æqualia rectangula CE,ED, & AE, EB, *d* 5.2.

4. Si neutra transeat per centrũ & se secent utcunque, ducatur ad intersectionem E, recta GH, transiens per centrum: cum rectangulum sub CE, ED, *e* sit æquale ei quod sub HE, EG. Idemq; AE, EB, sit æquale ipsi GE, EH, erunt æqualia rectangula sub CE, ED, & AE, EB. *e per 3. partem huius*

PROPOSIT. XXXVI.

Fi. 30. 

Si extra circulum FBE, sumatur punctum aliquod A, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem AB, secet circulum in C, illa autem AF tangat in F. Quod sub tota secante AB & externa, assumpta AC, inter punctum A & convexam peripheriam C, comprehenditur rectangulum, æquale erit ei quod à tangente AF, describitur quadrato.

PRob. Transeat 1° recta *AB*, per centrum *D*, ductaque recta *DF*, cum recta *CB*, bifariam secta sit in *D*, & ei rectæ *AC*, adjiciatur, rectangulum sub *AB*, & *AC*, contentum una cum quadrato *DC*, vel *DF*, a æquale est ei quod à *DC*, cum *AC*, tanquam una linea sit quadrato. Sed quadratum

b 47.1 *DA*, b est æquale quadrato *DF*,

et 18.3 *FA*, ergo dempto communi *FD*, remanebit quadratum *FA*, æquale rectangulo sub *AB*. & *CA*.

2. Si recta *AE*, non transeat per centrum, centro *D*, ducatur

per

perpendicularem DG, haec secabit rectam EI, bifariā cum igitur recta EI, sit secta bifariam in G, & ei IA adjiciatur, erit rectangulum sub AE, & sub AI, cum quadrato GI, æquale quadrato GA, addito ergo quadrato DG erit rectangulū sub AE & sub IA, cum quadratis IG, GD, hoc est quadrato D[illegible] æquale quadrato DA, sed [illegible] DA, est æquale quadratis FA, [illegible] D, demptis ergo æqualibus [illegible], DI, remanebit [illegible] æquale rectāgulo sub AE & AI.

Corol. Hinc sequitur, si à puncto quovis extra circulum sumpto plures rectæ, circulum secantes ducantur rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

Corol. 2. Duæ rectæ, ab eodē puncto ductæ, quæ circulū tangunt, sunt inter se æquales.

Corol. 3. Ab eodē puncto extra circulū sumpto, duci tantū possunt duæ rectæ quæ circulum tangant

PROPOSIT. XXXVII.

Th. 31.

Si extra circulum EHIF, sumatur punctum aliquod A ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ AF, AB, vel AE, & hæc quidem AB, secet circulum: illa autem AF, incidat: sit autem quod sub tota secante AB, & exterius assumpta CA, inter punctū & convexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente AF, describitur; incidens illa circulum tanget.

a 17.3. PRob. a Duc tangentē AH, & ad H, rectam DH cum
b 36.3. ergo quadratum AH, b sit æquale rectangulo sub AB, CA & idem rectangulum sub AB, CA, ponatur æquale quadrato FA, lineæ FA, HA, erunt æquales, latera item FD, HD, sunt æqualia & basis AD, communis, ergo tota triangu-
c 8.1. la c sunt æqualia. Ergo cum
d 18.3. angulus AHD, sit recto, recto etiam erit AFD, ergo AF, circulū tāget per corol. 16. 3.

EUCLIDIS

EVCLIDIS
ELEMENTUM IV.
DEFINITIONES.

1. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera ejus quæ inscribitur, tangunt.*

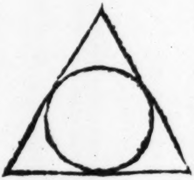
Ut triangulum ABC, inscriptum est triangulo DEF, quia anguli A, B, C, tangunt latera DE, EF, DF.

2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos, ejus figuræ angulos, tetigerint, circum quam illa dscribitur.

Ut triangulum DEF, dicitur propriè describi circa triangulum ABC, quia singula latera majoris tiranguli, singulos angulos minoris tãgunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi sufficit, ut bene adverti illustrissimus Princeps Flussates Candalla, ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

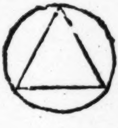
3. Figura

3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.



4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria, singula latera tangit ejus figuræ in qua inscribitur.



6. Circulus autem circum figurā describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figuræ, quam circumscribit, angulos.

7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.

PROPOSIT. I.

In dato circulo ABC, accõmodare rectam BA, æqualem datæ rectæ D, quæ circuli diametro BC, non sit major [a]. Prob. 1. / a 15.3.

DAti circuli ducas diametrum BC, si data recta D, æqualis sit diametro BC, factum est quod petitur. Si D, minor sit diametro: [b] abscindatur BE, æqualis ipsi D, & & centro B, spatio E, fiat circulus EA. juncta enim recta BA, aptata erit [c] in circulo BAC, & [d] æqualis erit ipsi BE, & consequenter ipsi D.

b 3.1. / c 7. def / d 15. def. 1.

PROPOSIT. II.

Prob. 2.

In dato circulo AIB, triangulum ABC, describere dato triangulo DEF, æquiangulum.

a 16.3. F[a]Iat tangens GH, ad punctum A, fiat angulus HAC, [b] æqualis ãgulo E, & GAB, angulo F, ducta recta BC, factum esse quod petitur.
b 23.1.

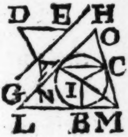
Prob. Angulus HAC, æqualis est [c] ãgu'o B. & similiter angulus G · B, angulo C, ergo & angulus E, angulo B, & angulus F, angulo C, & consequenter angulus D, angulo A, [d] æqualis. Ergo triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.
c 23.3.
d 32.1.

PROP.

PPROOSITIO III.

Circa datum circulū AN B, describere triangulū L MO æquiangulum dato triangulo D,F,A. *Prob.3*

DAti trianguli latus AF, produc in G, & H, angulo DFH, æqualis fiat ad centrum angulus CIB, & an- *a* 23.1
gulo DAG, angulus AIB, & ad puncta ABC, *b* ducas per- *b* 11.1.
pendiculares quæ *c* tangentes *c Ex*
erunt scilicet MO, ML,LO, 16.3.
& coëuntes petitum triangulum constituent. Quod enim concurrant patet, nam uterq; angulorum ad A, & uterque eorum qui sunt ad C, est rectus, ergo si intelligatur duci linea AC, erunt duo anguli versus O, minores duobus
rectis, *d* ergo in illam partem *d* 11.
protractæ tangentes, concur- *Ax.*
rent similiterque aliæ in alias partes protractæ, ergo fiet trian-



triangulum circa datum circulum. Quod autẽ sit dato triangulo æquiangulũ, sic probo. In quadrilatero CIBM, anguli ad B, & C, *e* sunt recti: ergo reliqui CIB, CMB, duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM, duo triãgula IMB, IMC, *f* habent angulos æquales quatuor rectis, ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Jam angulus CIB, æqualis ponitur ipsi DFH, ergo angulus CNB, æqualis est angulo DFA, *g* cum anguli circa latus DF, valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL, AICO, angulos L, & O, æquales angulis A, & D. Ergo circa datum, &c.

e 18.3.
f 32.1.
g 13.1.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Prob. 4.

In dato triangulo ABC, circulum GEF describere.

DIvide duos ejus angulos B, & C, bifariam per [a] rectas CD, BD & ex puncto in quo concurrent puta D, [b] ducas perpendiculares DE, DG, DF, ad tria latera dati trianguli, & quia triangulorum FCD, GCD, angulus C, unius, ponitur æqualis angulo C, alterius, & uterque angulorum G, & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG, [c] erit æqualis lineæ DF, similiterq; ostendetur rectas DE, DF, esse æquales. Posito ergo centro in D, descriptus circulus spatio DG, [d] transibit per puncta EGF, & quia per coroll. 15.3. unaquæque linearum AB, BC, CA, tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

[a] 9.1. [b] 12.1. [c] 26.1. [d] 9.3.

PRO-

PROPOSIT. V.

Prob. 5. *Circa datū triangulū ABC, circulum describere.*

1 Cujuscunq; dati trianguli, duo aliqua latera puta AB,BC, [a] divide bifariā in E,&F, [b] ad quæ puncta excitabis perpendiculares quæ coïbunt in D, vel intra triāgulū vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF, fient anguli DBF, minores duobus rectis, ergo coïbunt) duc præterea rectas DB,DA,DC. Nunc quia triangulorū BED, AED, latera BE, EA, sunt æqualia & DE, commune & anguli ad E, recti, erunt & bases AD,DB, æquales. Eodemq; modo [c] erunt æquales bases DB, DC, centro igitur D, spatio DB, ducetur circulus AEBC, qui transibit per puncta A,B,C. Circa datum ergo triangulū, circulum descripsimus.

a 10.1.
b 11.1.
c 4.1.

PROPOSITIO VI.

In dato circulo ABCD, *quadratũ describere.* Prob.6.

DUcantur duæ diametri ACBD, ſecantes ſe ad angulos rectos in centro E, & jungantur rectæ AB, BC, CD, DA, & factum eſt quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E, ponuntur recti, & quatuor lineæ EA, EB EC, ED, æquales: *a* ergo & quatuor baſes AB, BC, CD, DA, ſunt æquales. Omnia ergo quadrati latera ſunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti ſunt omnes in ſemicirculo *b* ergo recti: Erit igitur AB, CD, quadratum per definitionem 30.1.

a 4.1.

b 31.3.

PRO-

PROPOSIT. VII.

Prob. 7

Circa datũ circulũ quadratũ describere.

DUctis duabus diametris *AC, BD*, secantibus se ad rectos in centro E, per earum extrema si ducantur perpendiculares FG, FI, IH, HG, coeuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E, ponuntur recti, sicut & anguli ad
a 28.1. ABCD, *a* ergo rectæ FG.BD.HI.
sunt parallelæ, similiterq; rectæ
b 34.1. FI, AC, CH, *b* ergo figura FGIH,
est parallelogramma. Angulus
c 34.1. ACH, est rectus, *c* ergo angulus
HGA, est rectus; eodem modo
ostendetur angulos F, I, H, esse
rectos.

De lateribus sic dico, latus IH, est æquale lateri BD, & latus HG, lateri AC, hoc est DB. ergo latera IH, sunt æqualia, ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per corol. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

Pro-

PROPOSIT. VIII.

In dato qua- Prob. 8.
drato, circulũ
deſcribere.

LAtera quadrati *a* divide bifari- *a* 10. 3.
am in ABCD, duc rectas AC,
BD, ſecantes ſe in puncto E, quod
dico eſſe centrum circuli, qui ſi
deſcribatur ſpatio EB, erit quod
petitur.

Prob. Rectæ AF, IC, ſunt pa-
rallelæ & æquales, ergo rectæ AC,
FI, *b* ſunt parallelæ & æquales & *b* 33. 1.
ſimiliter rectæ AC HG, eodemq;
modo rectæ FG, IH, ipſi BD, *c* c 34. 1.
ſunt igitur parallelogramma FE,
EI, EH, EG. Nunc ſic dico. Rectæ
BF, FA, AG, ſunt æquales cum
ſint medietates æqualiũ: ipſis vero
d ſunt æquales rectæ BE, EA, ED, *d* 34. 1.
ergo rectæ BE, EA, ED ſũt æquales
e Ergo E, eſt centrum, ex quo ſi *e* 9. 3.
ſpatio EA, deſcribatur circulus,
tanget puncta ABCD, & conſe-
quenter omnia quadrati latera
per coroll, pr. 16. l 3. *f* cum angu- *f* 29. 1.
li ad ABCD, ſint recti. In dato
ergo, &c.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Prob. 9.

Circa datum quadratũ, circulum describere.

DUcantur diametri AC, BD, secantes se in puncto E, quod dico esse centrum describendi circuli.

Prob. Rectæ AB, AD, sunt æquales a ergo & anguli AB
a 5.1. D, ADB. Angulus BAD, b est
b 31.3. rectus. c ergo anguli ABD,
c 32.1. ADB, sunt singuli semirecti; similiter quilibet partialium angulorũ ad AB, CD, est semirectus. ergo omnes inter se
d 6.1. æquales. d Ergo latera EA, EB, EC, ED, æqualibus angulis subtensa sunt æqualia.
e 9.3. e Ergo E, est centrum circuli, qui si describatur spatio EA, transibit per puncta quadrati ABCD. ergo circa datũ, &c.

PRO-

PROPOSIT. X.

Isosceles triangulum ABD, constituere, quod habeat utrumq; eorum quæ ad basim sunt, angulorum B, & D. duplum reliqui A. Prob. 10

SUme rectam quamlibet AB quæ sic *a* dividatur in C, ut rectangulum sub AB, BC, æquale sit quadrato rectæ AC, tum centro A, spatio B, ducatur circulus, in quo *b* accommodetur recta BD, æqualis ipsi AC, jungatu que recta AD, dico triangulum ABD, fore isosceles, cum rectæ AB, AD, sint æquales, & angulo ad basim B & D, duplos reliqui A; quod sic probo.

a 11.2.
b 1.4.

Ducta recta CD, *c* describe circulum ACD, circa triangulum DAC, rectangulum sub AB, BC, æquale ponitur quadrato CA, ergo & quadrato BD Ergo cum à puncto B, ducatur secans BA, ab recta BD, ab eodem puncto ducta c 5.4.

incidens,

d 37.3. incidens in circulũ *ACD*, d tanget in *D*, ergo angulus *CD*

e 32.3. *B*, e æqualis est ipsi *A*, in alterno segmento: ergo communi *CDA*, addito duo anguli *A*, & *CDA*, æquales sunt duobus *BDC*, & *CDA* hoc est toti *ADB*, vel *ABD*. Nunc angulus externus *BCD*

f 32.1. duobus internis *A*, & *ADC* æqualis est, ergo idem *BCD* erit æqualis ipsi *CBD*, vel *ABD*

g 6.1. *B*, ergo rectæ *DC*. *DB*, g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed *BD*, ponitur æqualis ipsi *CA*, ergo *CD*, *CA*, æquales erunt: ergo anguli *A*, & *CDA*, h æquales.

h 5.1. Ergo externus angulus *BCD* duplus est ipsius *A*. ergo ejusdem quoque dupli sunt *BCD*, *ADB*. cum singuli externo *BCD*. æqaules sint. Triangulum ergo, &c.

PRO

PROPOSIT. XI.

In dato circulo EHFG pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum inscribere. Prob. II

Fiat *a* triangulum Isosceles quicunque, cujus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æquiangulus *b* inscribatur in dato circulo sitq; EFG. Utcumq; angulum ad basim divide bifariam ductis rectis IF, HG, & quinque puncta E, H, F, G, I, junge lineis totidem, & factũ esse quod petitur, sic probo. Quinq; anguli FEG, EGH, HGF, IFG, EFI ponuntur æquales, *c* ergo arcus quibus insistunt sunt æquales. *d* Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH, æqualis est arcui FG, ergo si addas communem HF, erunt peripheriæ EHF, HFG, æquales, ergo & reliqua segmenta FG, IE, GI, EH, æqualia, *e* ergo anguli EHF, HFG, æquales. Idemq; dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscripsi. Q. E. F.

a 10.4.
b 2.4.
c 26.3.
d 29.3.
e 27.3.

PRO-

PROPOSIT. XII.

Pro.12. 

Circa datum circulum ABCD, pentagonum GHIKL, æquilaterum & æquiangulum describere.

QUasi juxta propositionē 11. inscripsissem pentagonum in dato circulo, reperiā centrū F, & notabo in peripheria quinque linearum A. FA, FB, &c. quinque puncta angularia ABCDE, & ab
corol. iisdem punctis *a* ducam tangentes
15.3. quæ *b* concurrent in punctis GHI
KD, à quibus si duxero ad centrū
11. rectas GF, IF, sic demonstrabo
ix. factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatero AF
32.1. BH, quatuor anguli *c* valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF, HFB, tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BF, CI, & sic de aliis: ergo cum anguli A, & B, sint recti, anguli AHB, AFB, valent duos rectos, similiterqne anguli BIC, CFB, & sic de aliis. Sed an-
27.3. guli AFB, BFC, sunt *d* æquales, ob æquales arcus, ergo reliqui H, & I, sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

PROP.

Quod autem latera etiam ſint æqualia ſic probo. Quadratum FI, *e* eſt æquale quadratis tam ipſarum FB, BI, quam ipſarum IC,CF, ſublatis ergo quadratis æqualium FB,FC,remanent æqualia quadrata BI,IC, ergo rectæ BI,IC. ſunt æquales. Nunc anguli *FBI*, *FCI*, & continentia latera ſunt æqualia, ergo ſe habent juxta 4. ergo anguli *BIF*, *FIC*, ſunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis *CFK*, *KFD*, & de aliis omnibus Ergo cum anguli *BFC*,*CFD*, *f* ſint æquales, & anguli *IFC*,*CFK*, ſint eorum dimidia. æquales erunt anguli *IFC*, *CFK* Ergo cum in triangulis *IFC*, *CFK*, anguli *IFC*, *CFI*, æquales ſint duobus angulis *CFK* *FCK*, alter alteri & latus *FC*, ſit commune, reliqua latera *g* erunt æqualia. Ergo rectæ *IC*, *CK*, ſunt æquales, & dimidiæ ipſius *IK*, eodem modo oſtendam *IB*, eſſe dimidiam ipſius *IH*, & ſic de aliis; ergo cum dimidiæ *IC*,*IB*, oſtenſæ ſint æquales, erunt tota latera *HI*,*IK*, æqualia,idemque dicendum de alliis.

e 47.1.

f 27.3.

g 26.1.

PROPOSIT. XIII.

Prob. 13

In dato pentagono quod est æquilaterũ & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9.1. D[a] Ividantur bifariam duo anguli proximi BAE,
b 11. Ax. ABC, rectis AF, BF, quæ[b] coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF, FBC, æqualia sunt latera BA, BC, & BF, commune, & anguli
c Ex const. ad B,[c] sunt pares, anguli BA
d 4.1. F, BCF, & bases AF, CF[d], erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales, & BAF, dimidiũ sit anguli BAE, erit & BCF, dimidiũ anguli BCD. Hic ergo angulus & reliqui in orbem

secti

secti sunt bifariam. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG, FH, &c Qui trium angulorum GFB, BFL, duo anguli FGB, GBF, duobus FLB, FBL sunt æquales, & latus FB, commune, æqualia etiam *e* erunt latera FG, FL, & his FK, FI, FH, quare centro F, spatio FG, *f* si ducatur circulus, transibit per puncta H, I, K, L, existentia in lateribus pentagoni, *g* quæ etiam tanget circulum, cum sint super extremitates diametri ad rectos constitutæ.

e 26. 1

f 15. def. 1.

g corol. 16. 3.

12 PRO-

PROPOSIT. XIV.

Pro. 14 *Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere,*

a 9.1. ANgulos A, & E, [a] divido bifariam rectis A F,
b 11. Ax. FE, quæ alicubi [b] concurrent, puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB quæ eos secare bifariam probatur, ut in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales,
c 6.1 æquales erunt dimidii, & [c] consequenter æquales FA, FB, hisq; æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA, descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec ullum ejus latus [d]
2. 3. secabit, cum omnia cadant intra circulum.

Prop.

PROPOSIT. XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 15

SI diameter *AD*, centro *D*, spatio semidiametri *DG*, fiat circulus *CGE*, secans datum circulum in *C*, & *E*, per centrum *G*, ductis *CF*, *EB*, jungantur *AB*, *BC*, *CD*, &c. eritque inscriptum hexagonũ æquilaterũ, & æquiangulum.

Prob. Rectæ *GC*, *GD*, à centro *G*, & rectæ *CD*, *DG*, à centro *D*, sunt æquales, ergo triangulum *DGC*, est æquilaterum. *a* Ergo & æquiangulũ. *a* 5. 1.
Hi tres anguli, *b* valent duos rectos, ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorũ. Similiter q; angulus *DGA*. *b* 32. 1.
Ergo cum *CGE*, *HGF*, *c* valeant *c* 13. 3.

ieant duos rectos, EGF, erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed
d 15.1. illis d æquales sunt anguli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrũ G, sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ AB, BC, &c. quibus insistunt e sunt æquales. Est ergo
e 26 & 29.3. hexagonum æquilaterum. Quod vero sit æquiangulum patet, cũ omnium angulorum medietates sint ostensæ æquales & constare duabus tertiis duorum rectorum.

Corol. *Hexagoni latus, æquale est semidiametro.*

PRO-

ROPOSIT. XVI.

In dato circulo quindecagonum & æquilaterũ & æquiangulum, describere. Pro.16

IaNscribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH, a 11.4.
& eidem ad punctum A, b inscribe triangulum æquilaterum ABC b 2.4.
hoc posito cum tertiam partem circumferentiæ c subtendat AB, c 26.
hoc est quinque quindenas, duo vel 28.
vero pentagoni latera, AE, EF, 3.
earundem quindecimarum subtendant sex. Si ab ipsis AE, EF, subtendentibus sex, ipsam AB, subtendentem quinq; tollas, supererit BF, subtendes unam decimamquintam totius. Ergo si quatuordecim ei æquales in circulo,
d accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & Æquiangulum e cum singuli anguli subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni, Q. E. F. d 1.4. e 27.9.

EUCLIDIS
ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorē prædicat Eudoxium Gniduim, qui Platonē comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, majorem ipsā præcisè constituit: sic unitas, est pars ternarii, quia ter sumpta facit ternarium. Atq; hæc est pars propriè

propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota.* Impropriè verò dicta pars, est *quæ aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit.* sic binarius numerus est, impropriè dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit, atq; hæc pars dicitur *Aliquanta.* Imo Euclides lib. 7. non vocat partē sed partes, & benè, quia quatuor non est pars numeri sex, sed ejus duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniat quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophū appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars est minor*

quantitas, quæ metitur majorem. Ut ut sit, in sequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò brevitatis gratia frequentius utar numeris, quorú tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est major, quam metitur minor.*

Multiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet unum simplex, hoc est, pars metitu multum, hoc est majorem quantitatem: sic 12 est multiplex ipsius 6 & 2 bis enim continet 6, sexies vero 2 sex autem respectu duodenarii dicitur *submultiplex.* *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, ut 9. respectu 3. & 12. re-

spectu

ſpectu 4. quia prima quantitas ſecundam ter continet, & ſimiliter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex ſint relata.

3. *Ratio eſt duarum quãtitatum ejuſdem generis, mutua quædam ſecundùm menſuarum habitudo.*

QUod Euclid. dixit λόγος, hoc Campanus vertit Proportio, melius aliis Ratio. Senſus vero hic eſt, quando duæ quantitates ejuſdem generis, ut duo numeri, duæ lineæ, duæ ſuperficies, duo ſolida (nec enim linea cum ſuperficie, aut linea alba cum ſonora, ut ſic, poſſunt conferri, cum ſint diverſi generis) inter ſe comparantur, ſecundùm capacitatem hoc eſt exceſſum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio.

tio. Obſervabis verò, requiri ſemper duas quantitates, nibil enim habet rationem ad ſeipſum, & decempeda ſolitariè conſiderata nec major eſt, minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, ſecundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum exceſſu. Si enim una partem tantum alterius continet ut bipeda tripedam minor inæqualitas ſive minor ratio appellatur: ſi adæquate totam ut ſexpeda ſexpedam, æqualitas dicitur: ſi denique pluſquam totam ut ſexpeda bipedam, major inæqualitas ſeu major ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo ſint termini *Antecedens & Conſequens* qui ad invicem referentur: Ille in nominativo efferri ſolet, hic in alio caſu: exempli gratia linea ſex palmorum eſt dupla lineæ trium: antecedens eſt linea

linea ſex palmorum: conſequens, lineæ trium. Exceſſus antecedentis ſupra conſequentem vel conſequentis ſupra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. **Ratio Rationalis** eſt quæ eſt inter quantitates commenſurabiles & numeris poteſt exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. **Ratio Irrationalis** eſt ea quæ eſt inter magnitudines quarum nulla eſt communis menſura quæ ullo numero poſſit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio eſt rationū ſimilitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία. Senſus verò hic eſt. Quēadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita ſimilitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio Ex gr. Cum ſimilis ſit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad

ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio dividitur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, & *Musicam*. *Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandē differentiā progrediuntur* ut hi numeri 4.7.10. est enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica, quia invenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ fit inter tres, vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio musica est quando

do tres magnitudines ita ordinantur, ut eadem ſit ratio primæ ad tertiam, quæ differentiæ primæ & ſecundæ, ad differentiã ſecundæ eſt tertiæ, ut 3. 4. 6. Sunt in proportione muſica quia eadem eſt ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & ſecundi, quæ eſt 1. ad differentiam ſecundi & tertii, quæ eſt 2. dicitur vero harmonica, quia conſonantes facit ſonos inter quos invenitur.

5. *Rationem habere inter ſe quantitates dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperare.*

QUia ratio eſt duarum quatitatũ ejuſdẽ generis mutua ſecundùm menſurã habitudo, propterea quantitates quæ rationem habent inter ſe debent eſſe tales ut ſe mutuo ſuperare poſſint, nam quantitas

quantitas quæ metitur alteri potest eam superare, hinc.

Colligitur 1°. Inter lineam & superficiem, inter superficiē & corpus inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineū & contactus, nullam esse rationem, quia quantumvis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud superabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati esse rationē, quia ita potest multiplicari ut latus excedat diagonalem, sed hæc ratio dicitur irrationalis, quia non potest exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curvilinea & rectilinea esse rationem, cum inter ea sit æqualitas & inæqualitas, nam Hippocrates Chius Lunulam crescentem, & Archimedes Parabolā quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curvilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundã, & tertia ad quartam, cum prima & tertiæ æquimultiplicia, à secũdæ & quartæ æquimultiplicibus, qualiscunq; sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroq;, vel unâ deficiunt, vel uni æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiã. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ,

quartæ, & vide, utrum quotiescunque multiplex primæ deficit a multiplici secundæ vel æqualis est, vel excedit etiam multiplex tertiæ tum deficiat à multiplici quartæ vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certè concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A	B	C	D

Exemplum: volo scire utrum hæ quantitates A, B, C, D, sint proportionales: 1°. æquemultiplico A, & C, puta per binarium. 2°. æquemultiplico B, & D, puta per ternarium, ut factum vides superius: tertio confero multiplicē 1æ. 8. cum mulitplici secundæ 6. & multiplicē tertiæ 12 cum multiplici quartæ 9. & video non

non tantùm multiplicem secundæ deficere â multiplici primæ, sed & multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D

Deinde iternm æquemultiplico *A*, & *C*, puta per ternarium: similiter æquemultiplico *B*, & *D*, puta per senarium; eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices, tum video, multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ,

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D

Tertio æquemultiplico *A*,& *C*, puta per binarium, æquemulplico

multiplico etiam B, & D, per octonarium & adverto multiplicem primæ 8 deficere à multiplici secundæ 16 multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia quotiescunq; æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est, si una deficit, vel excedit, vel sint æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales: & ea rum primum in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D, 1°. æquemultiplico A,

,& C, puta per quaternarium.
°. æquemultiplico B, & D,
uta per quinarium. 3°. Vi-
eo multiplicem primæ 6.
perare multiplicem secundæ
5. multiplicem verò tertiæ
4 superari à multiplici
uartæ 25. quare concludo
uas quantitates non esse in
dem ratione, quia si essent
eadem ratione quadruplum
rtiæ superaret quadruplum
æ. Sicut quadruplum primæ,
perat quadruplũ secundæ.
d enim fieri debet qualiscun-
ue sit multiplicatio. Quare
cet duplum primæ superet
uplum secundæ, & similiter
uplum tertiæ superet duplum
uartæ Tamen non potest
nde colligi quod sint propor-
ionales; quia ut sint propor-
ionales oportet ita fieri facta
uavis multiplicatione.

SCOLHIUM.

Hæc sunt quæ ad verbũ
& sensum. Euclidis
nunc

nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nunquam judicavi definitionem illam posse inservire tyronnibus, cum tradatur per obscurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cum prima eodem modo continet secundam vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quàm primam ita esse majorem vel minorem secunda, sicut tertia major est vel minor quarta. Si autem ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam,

dam,

dam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartã vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2m. aut continetur à secũda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut continetur à 4a, exactè, ita ut pars nulla supersit. v.g. linea duorum pedum toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedu, continet lineã; 3. pedum. Similiterque lineæ unius pedis toties continetur in linea duorum pedum quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, Ille modus conti-

nentiæ

nentiæ vel contentionis dicitur idem cum prima secundā & tertia quartam æque continet & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cum prima, cum tali sui parte aut talibus partibus continetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur, in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem insuper ejus partem quoties lineam 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum & insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarrii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineā 10 pedū qualesve ejus partes cōtinet linea 24. Rursus linea 3 pedū cū tali sui parte cōtinetur in linea 10 pedū sicut linea 6 pedum

6 pedũ cum tali ſui parte continetur in linea 20 pedum. Similiter linea 5 pedum cum talibus ſui partibus continetur in linea 12 pedum, ſicut linea 10 pedum cum talibus ſui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. *Eandem autem habentes rationem quantitates, docentur proportionales.*

NAm quæ habent eandem rationem, habent rationum ſimilitudinem ſeu proportionem. Quod ſi proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis eſt in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: ſecus autem dicuntur tantùm proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum verò æque multiplicium, multiplex prima excesserit multiplici secunda: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicē quartæ: tunc prima ad secundam majori rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.*

36.	15.	24.	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PUta si proponantur quatuor quantitates A B C D quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ, non superat quintulum quartæ, dicemus majorem esse rationem primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. Proportio verò in tribus ad minimum terminis consistit.

Cum proportio sit rationum similitudo: ratio autem sit duarum magnitudinum ejusdem generis comparatio, quarum una dicitur antecedens, alia consequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundæ rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est ut 16. 8. 4. quæ vero non est continua postulat quatuor terminos ut 16.4.12.3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemq; ratio tripla & ratio triplicata, ut, ista ostendunt exempla,

64.	16.	4.	1.
A	B	C	D.

Primum sint quatuor quantitates A B.C.D. cõtinuè propo-

po-

proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplcata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantita-
1. 2. 4. 8.
tes quatuor E. F. G. H continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertiæ. Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima

ad secundam, nec tamen erit prima dupla tertiæ sed ejus subquadrupla: nec prima est tripla quartæ sed ejus suboctupla.

Uno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla, nisi una præcisè bis alteram contineat, dicitur autem esse ratio duplicata, quamcumque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio, quæ est inter primum & secundum terminos: & triplicata si tertiò eadem instituatur:

11. *Homologa quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.*

SI proportionales sunt
1. 4. 8. 32.
A B C D. & ut prima ad secundam, ita, teria ad quartam: homologæ dicentur prima & tertia inter se, secunda

ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. *Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.*

QUia Geometræ quinque diverſas concluſiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportione, propterea quinq; modos quinq; illarum concluſionũ hunc definit Euclides. Prima (eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

Puta ex eo quod proportionales sunt ABCD estque ut A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando ut A. ad C, ita B. ad D.

13. *Inversa ratio est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

Secunda species seu modus argumentandi dicitur inversa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, invertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedēs velut ad cōsequens comparatur. Nam quia est ut
9 3 6 2
A. ad B. ita C. ad D. Ergo
3
invertendo inferam ut B. ad
9 2 6
A, ita D. ad C.

14. *Com-*

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu unius ad ipsum consequentem.*

TErtia species dicitur compositio rationis, cum antecedens simul cum consequente instar unius sumitur, & ad consequens comparatur.

9 3
Sic, Quia est ut A. ad B. ita
6 2
C. ad D. ergo componendo
12 3 8 2
erit, ut AB. ad B. ita CD. ad D.

15. *Divisio rationis, est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem.*

HOc est, est comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipsorum.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

Puta ex eo quod proportionales sunt ABCD estque ut A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando ut A. ad C, ita B. ad D.

13. *Inversa ratio est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

SEcunda species seu modus argumentandi dicitur inversa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, invertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedẽs velut ad cõsequens comparatur. Nam quia est ut
9 3 6 2
A. ad B. ita C. ad D. Ergo
3
invertendo inferam ut B. ad
9 2 6
A. ita D. ad C.

14. *Com-*

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu unius ad ipsum consequentem.*

TErtia species dicitur compositio rationis, cum antecedens simul cum consequente instar unius sumitur, & ad consequens comparatur.

Sic, Quia est ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, ut $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Divisio rationis, est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem.*

HOc est, est comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipsorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A. ad B. ita C. ad D.
erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conversio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.*

HOc est, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A. ad B. ita C. ad D.
Erit convertendo rationem
ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Unde vides quod conversio est divisionis inversio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum ut in*

in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habebit. vel,

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut si sint plures magnitudines

12 4
A B C

& aliæ totidem

6 2
D E F binæ & binæ in eadē ratione, hoc est ut

12 6
A. ad B. quidpiam, ita D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita E. ad F. erit ex æquo ut in

12 4
prioribus A. ad ultimam C.

6 2
ita in posterioribus D, ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hic non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem

tem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodũ antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; fuerit etiam ut consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

DIcitur ordinata proportio, quia duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum; esto utriusque

partis prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera, Concluditur quod ut est

12 4 6 2

A. ad C. ita est D. ad F.

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares; ut in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens ad consequentem. Ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus, consequens ad aliud quidpiam; sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecendente.*

HOc est, cùm ut in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad

ad tertiam, & ut in primis secunda ad tertiam, ita in secundis prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, qui una proportionis pars non servat ordinem rationum alterius partis: Exemplum esto

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur.

Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata.

Quod ut est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PRO.

PROPOSIT. I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcun-* Theo. 1
A. E. C. F. *que magnitudines*
6. 2. *quotcunq; magni-*
C. H. *tudinum æquali-*
um numero, singulæ singularum, æque multiplices; quam multiplex est unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

ID est quia *a* æque multiplices sunt A, ad F, & C, ad F. Si A. & C. jungantur in G. similiterque E. & F. in H. quam multiplex erat A ipsius E. & C ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H.

a Def. 2. 5.

Prob. Majora aut minora non *a* sunt tota, quam suæ omnes partes proprie dictæ. Ergo non potest totum aggregatum G, plures vel pauciore numero continere totũ aggregatum H, quam A, & C, partes omnes totius H. Et vero quoties E, numerat A, & F, numerat C, toties H, numerat G, hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente, & mixto.

PRO-

PROPOSITIO II.

Th 2.

6	3	4	2	*Si prima A. secun-*
A.	B.	C.	D,	*da B, æquè fuerit*
9	6	15	10	*multiplex, atque ter-*
E.	F.	G.	H.	*tia C, quartæ D fu-*

erit autem & quinta E, secundæ B, æquè multiplex, atque sexta F, quartæ D, erit & composita prima cum quinta E, nempe G, secundæ B, æque multiplex, atque tertia C, cum sexta F, nempe H, quartæ D.

PRob. Ex hypothesi secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis multiplicibus A, & C nempe bis. Similiterque eadem secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E, & F, nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiã pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. ut fiat G similiterque F. & C. ut fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PRO-

PROPOSITIO III.

4 2 6 3 *Si sit prima* Th. 3.
A B C D *A, secundæ*
8 12 *B, æquè mul-*
E F *tiplex, atque*
tertia C, *quartæ* D, *su-*
mantur autem æque mul-
tiplices E, & F, *primæ*
A, & *tertiæ* C, *erit ex*
æquo sumptarum, utraq;
utriusq; æque multiplex,
altera quidem E, *secundæ*
B, *altera autem* F, *quar-*
tæ D.

PRob. Ponuntur B. & D. æqualiter contineri in singulis A. & C. ergo æqualiter *a* continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. *a* 1. 5.

PRO-

PROPOSITIO IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æque multiplices secundæ & quartæ juxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.

Th.4.

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionē sic breviter perstringo.

Si prima A, ad secundam B, habuerit eam rationem quam habet tertia C, ad quartam D, sumanturque primæ A, & tertiæ C, æque multiplices E, & G Item secundæ B, & quartæ D, iisdem vel aliis æque multiplicibus F, & H, erit E, multiplex ipsius A ad F, multiplicē ipsius B, sicut G, multiplex tertiæ C, ad H, multiplicem quartæ

quartæ D. idque juxta non unam tantum aut alteram multiplicationem, sed juxta quamcumque, ut ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum unà deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut unà æqualia erunt, aut unà excedent, sed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est, quia ex definit. 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æque multiplicia vel vnà deficere vel unà excedere, vel vnà æqualia esse. Idemque est vel conferre singulas B. & D. ad singulas A. & C. atque B & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conversæ. Nam si A est ita majus ipso B sicut C. ipso D. est evidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret evidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PRO-

PROPOSITIO V.

E 4 F 2 *Si magnitu-*
Th 5. C 8 D 4 *do* A, *magni-*
A 12 B 6 *tudinis* B, *ita*
multiplex fuerit: ut abla-
ta C, *ablatæ* D, *etiam*
reliqua E, *reliquæ* F, *ita*
multiplex erit, ut tota A,
totius B.

PAtet. Sit enim A, duplum ipsius B, & pars ablata C, dupla similiter partis ablatæ D, ergo si residua E, non est duplex residuæ F, omnes partes totius B, non continentur in omnibus partibus totius A, sicut totum in toto. Est ergo residua residuæ ita multiplex, ut tota totius.

PRO-

PROPOSITIO VI.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

Si duæ magnitudines A & B. *duarum magnitudinum* C & D. *ſint æque multiplices: & detractæ quædam* EF. *ſint earundem* CD. *æque multiplices. Reliquæ* GH. *iiſdem* CD. *aut æquales ſunt aut æque multiplices.* Th. 6.

PRob C & D in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus aſſumptis E & F, æqualiter continentur ex hypotheſi: *a* ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ eiſdem, aut æquales, ſunt aut æque multiplices. a 5.5.

PRO-

PROPOSITIO VII.

24	24	8	*Æquales* AB
A	B	C	*ad eandem* C
12	12	4	*eandē habent*

rationem: & eadem C *ad æquales* A B.

Th 7. PAtet ex terminis. Geometrice verò ut demonstretur concipe magnitudinem C bis sumi, quasi diceretur, ut se habet A. ad C. it B. ad C. hoc posito sic dico, 12. & 12. æque multiplica primæ magnitudinis A. & tertiæ B. a sunt æqualia. Jam sumatur quodcunque multiplex ipsius C puta 8. Ergo cū æque multiplicia ipsius A. & B quocunq; modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel una deficient à multiplici C, vel una æqualia erunt, vel una excedent, ut in assūpto exemplo. b Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æque multiplicibus A. & B vel utrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

16 8 4 *Inæqualiũ ma-* Theo. 8.
A B C *gnitudinum* A,
6 4 8 B, *major* A, *ad eandem* C, *majorem rationem habet, quam minor* B. *Et eadem* C, *ad minorem* B, *majorem habet rationem, quam ad majorem* A.

PROB. Prima pars. Si A. esset æqualis B. vel si A. & B. æqualiter continerent C. eandem rationem haberent a ad C. & C. eandem ad A. & B. per præcedentem: sed major ponitur A. hoc est pluries continere C. ergo per definitionem 8 A. majorem habet rationem ad C. Prob. 2 Et quia C. pluries continetur ab A. quam à B. minorem habebit ad A. rationem quam ad B. per 8. def. a 6 Def. 5.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Th. 9. A B C *Quæ* AB, *ad*
15 15 4 *eandem* C, *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB, *eadem* C, *eandem habet rationem, hæ quoque* AB, *æquales sunt inter se.*

SI enim dicas **A.** esse majus quam B. a ergo major erit ratio majoris **A.** ad eandem C. quam minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad **A.** quod est contra hypothesim.

a 8.5.

PROP

PROPOSIT. X.

16	8	4
A	B	C

Earum magnitudinũ AB, quæ ad eandẽ C, habent rationem: quæ A, rationẽ majorẽ habet, hæc major eſt: ad quam autem B, eadem C, majorem rationem habet, hæc B, minor eſt. Th. 10.

SI enim B, eſſet æqualis aut major quam *a* haberent A & B eandem rationem ad C. vel B, *b* haberet majorem, quod eſt contra hypotheſim. Item ſi C, habet majorem rationem ad A, quam ad B, minor eſt A, quam B, vel utrumque, quod dixi, ſequetur abſurdum. Hæc convertit 8.

a 7.5.
b 8.5.

PROPOSITIO XI.

Th. 11.

	27		18		36
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	F	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24		16		32
K	36	M	24	L	48
	12		8		16

Quæ ei-dem sun eædem ra-tiones, & inter se sunt eæde

SInt rationes A, ad B & C, ad D, eædem, rationi E, ad F, etiam A ad B, & C, ad D, eædem inter se erunt. Prob per 6. def. hujus. Si enim su-mantur ad omnes anteceden-tes A, C, E, æquemultiplices GHI, & ad consequentes B DF, æquemultiplices KLM semper vel unà deficient, vel unà æquales erunt, vel unà excedent, ut patet in schema-te.

PRO

PROPOSIT. XII.

4	2	6	3
A	B	C	D
10		5	
AC		BD	

Si sint quotcunq magnitudines proportionales A BCD. quemadmodum se habuerit una antecedentium A. ad unam consequentiam B, ita omnes antecedentes AC, ad omnes consequentes BD. Th. 12.

Quod Prop. 1. de proportione multiplici demonstratur, hic de omni proportione etiā i rationali ostenditur, per eandē primā & defin. 6. si sumantur antecedentiū & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A, ad B & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD:

PROPOSIT. XIII.

Th. 13. 6 4 3 2 4 3 *Si prima*
A B C D E F *A, ad secū-dam B, eandem habuerit rationem, quam tertia C, ad quartam D, tertia vero ad quartam, majorem habuerit rationem, quam quinta E, ad sextam F, prima quoq; A, ad secundam B, majorem rationem habebit, quam quinta E, ad sextam F,*

PRob. Rationes **A**, ad **B**, & C, ad D, sunt similes ex hypoth. ut hic sesquialteræ. Ratio C, ad D, major est quam E, ad F, sesquitertia. Ergo ratio A, ad B, major est quam E, ad F, per 11, & patet à signo cum denominator A, ad B, 1. $\frac{1}{2}$ 2. sit major quā E, ad F 1, $\frac{1}{3}$.

PRO.

PROPOSIT. XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A ad ſecundam B, eandem habuerit rationem, quam tertia C, ad quartam D, prima vero A, quam tertia C, major fuerit, erit & ſecunda B, major quam quarta D. Quod ſi prima A, fuerit æqualis tertiæ C, erit & ſecunda B, æqualis quarta D. Si vero minor, & minor erit. Tb. 14

PRob. Sit A, major, C, minor, a ergo ratio A, ad B, major eſt quam C, ad B. Rurſus eſt C, ad D, ſicut A, ad B, ratio autem A, ad B, major ergo eſt, quam C, ad B, b major ergo eſt ratio C, pri- a 8.5. b 13.5.

 mi

2	3	8	12	mi ad D, se-
9	9	9	9	cundum quā
12	8	6	4	C, quinti ad
				B, sextū. Mi-
A	B	C	D	nor *ergo est

c 10.5. D, quam B.

d 7.5. Sit A, æqualis C, erit *d* ergo A ad B, ut C, ad D, & quia C, ad D, & C, ad B,

e 9.5. rationes, eædem sunt rationi A, ad B, *e* erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eædem inter se.

Sit A, quam C, minor: major est ratio C, ad B, quā A, ad B, E

f 13.5 cum *f* minor sit ratio C, primi ad D secundum, quam C quinti ad B, sextum;

g 10.5. minor *g* erit B, quam D.

PRO-

PROPOSIT. XV.

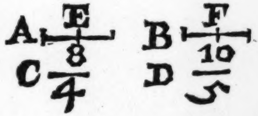
A	5	B	7
C	25	D	35

Partes A B, cum pariter multiplicibus CD, in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur. Ib.15.

SIt **A**, pars ipsius C, & **B**, ipsius D, continet C, toties **A**, quoties D, continet ipsam B. Quia ergo ut una antecedentium **A**, ad unam consequentium B, ita *a* omnes antecedentes C, ad omnes consequentes **D**. Ergo ut **C**, ad **D**, ita **A**, ad **B**. *a* 12.5.

PROPOSIT. XVI.

Th.16.



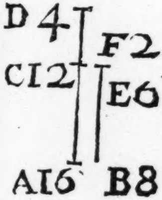
Si quatuor magnitudines ABCD, proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.

HOc est, si sit A, ad C, sicut B, ad D, erit permutando ut A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A, continere C, bis sicut B, continet D, si dividamus A, in E, bifariam & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, sed ut E, ad F, sic dupla A, ad B, per 12. Ergo ut dupla A, ad duplam B, sic C, æqualis ipsi E, ad D, æqualem ipsi F

PROP.

PROPOSIT. XVII.



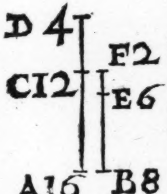
Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoq; divisæ proportionales erunt. Th: 17.

HOc est A, compositum ex CD, & B, ex EF, dentur: & sit ut A, 16. ad sui partem D 4. ita B, 8. ad F, 2. erit & ut C, 12. ad D, 4. ita F, 6. ad F, 2.

Id probant. Theon & alii per æquemultiplices. Dibualdus, quod alias sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breviter A. & B, ponuntur proportionales *a* ergo simili ratione continent partes D, & F, puta quater, ergo si eædem è suis singulæ totis auferantur, similiter in residuis AC, BE, continebuntur: ergo ut erit AC, ad CD, ita BE, ad EF, *a 4 def.*

PROPOSIT. XVIII.

Th. 18.



Si divisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoq; compositæ proportionales erunt.

SIt ut DC, ad CA, ita FE, ad EB. Erit & AD, ad DC ut BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC, FE, ergo si hæ illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC, FE.

PRO-

PROPOSIT. XIX.

Si quemadmodum totum A. ad totum B, ita ablatum CD, se habuerit ad ablatum EF, & reliquum CA, ad reliquũ EB, aut totum AD, ad totum BF, se habebit. Th.19.

PRob AD, BF, CD, EF, ponuntur proportionales; erit a ergo ut FB, ad EF, ita AD, ad CD. Ergo b erit ut FE, ad EB, ita DC, ad CA, Ergo ut FE, ad DC, ita BE, ad AC, hoc est ut tota AD, ad totam BF, cum posita sit AD, ad BF, ut CD, ad EF,.

a 16.5
b 17.5.

Brevius, quia aliter omnes partes essent majores omnibus partibus, quam totum toto.

Pro-

PROPOSIT. XX.

Th.20.] 12 9 6 *Si sint tres*
A B C *magnitudines*
8 6 4 *ABC, & alia*
D E F *DEF, ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur (hoc est ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F.) Ex æquo autem prima A, quam tertia C, major fuerit, erit & quarta D. quam sexta F, major. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Rob. Sit major A, quam C,
a 8.5.] a ergo major erit ratio ipsius A, ad B, quam C, ad B,

est

est autem ut A, ad B; ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F. Ergo convertendo est ut C, ad B, ita F, ad E. Ergo D. ad E, majorem *b* habet rationem quam F, ad E, quare major *c* est D, quam F. Haud secus concludam si A, ipsi C, æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum. *b* 13.5. *c* 10.5.

PRO-

PROPOSIT. XXI.

Th. 21.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC, & ipsis æquales numero DEF, quæ binæ & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio (hoc est ut A, ad B, sic E, ad F, & ut B. ad C, sic D, ad E.) Ex æquo autem prima A, quam tertia C, major fuerit: erit & quarta D, quam sexta F, major. Quod si prima tertiæ fueirit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoq; minor erit.

Prob.

PRob. Sit A, major quam C, ergo A. ad B, majorem [a] habet rationem quam C, ad B; Eſt autem ut A, ad B, ita E, ad F. Ergo [b] major eſt ratio E, ad F, quam C, ad B. Et quia ut B, ad C, ita D, ad E, ergo convertendo ut C, ad B, ita E, ad D. Ergo major eſt ratio E, ad F, quam E. ad D. [c] Ergo major eſt D, quam F. Idem oſtendetur ſi A minor ſit aut æqualis.

[a] 8.5.
[b] 15.5.
[c] 10.5.

PRO-

PROPOSIT. XXII.

Th. 22.	12	9	6	8	6	4
	A	B	C	D	E	F
	24	18	12	16	12	8
	G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunq; magnitudines ABC, & aliæ ipsis æquales numero DEF, quæ binæ in eadem ratione sumantur (hoc est ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F,) & ex æqualitate in eadē ratione erunt. Hoc est erit A, ad C, sicut D, ad F.

PRob. Sumantur ipsarum ABC, æquemultiplicia GHI, & ipsarum DEF, æquemultiplicia LMN, cum simplicia sint in eadem ratione A, ad B, ut D, ad E, & B, ad
a 15.5. C, ut F, ad F, *a* erunt eorum multiplicia G, ad H, & H, ad I, ut L, ad M, & M, ad N. Ergo si quotvis magnitudines GHI, & aliæ totidem LMN, binæ sumantur in ea-
b 10.5. dem ratione quarum *b* primæ ultimam in utroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt,
c 6 def. earum simplices A, ad C, *c* erunt ut D, ad F.

Pro-

PROPOSIT. XXIII.

18 12 4 *Si fuerint tres* Th: 23.
A B C *magnitudines*
27 9 6 *ABC, aliæque*
D E F *ipsis æquales*
numero DEF,
quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum ratio (hoc est sit A, ad B, ut E, ad F, & ut ad B, ad C, ita D, ad E) etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt (hoc est ut A, C, ita D, ad F.)

PRob. [a] Si A, excedit C, æquatur vel deficit; D excedet F, æquabitur, vel deficiet. [b] Idemque, fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem ratione est ut A, ad C, ita D, ad F.

a 21.5.
b 15.5.
c 17. Def.
d 6 Def.

PRO-

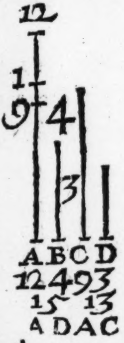
PROPOSIT. XXIV.

4 2 6 *Si prima A, ad*
Th.24. A B C *ſecundam B, ean-*
3 10 15 *dem habuerit ra-*
D E F *tionem, quã ter-*
14 21 *tia C, ad quartã*
G H *D, habuerit au-*
tem & quinta E, ad ſecundam B, eandem rationem quam ſexta F, ad quartam D. Etiam G, compoſita prima cum quinta, ad ſecundã B, eandem habebit rationem, quam H, tertia cum ſexta, ad quartam D,

PRob. Ex hypotheſi B, eſt talis pars ſingularum A, & E, qualis eſt D, ſingularũ
a 18.5. C, & F, Ergo a erit quoque B, talis pars compoſitarum A, & E, in G, qualis eſt ipſarum CF, compoſitarum in H.

PRO-

PROPOSIT XXV.



Si quatuor magnitudines A B C D, proportionales fuerint: maxima A, & minima D, reliquis duabus BC, majores erunt, Th: 25.

PRob. Ex hypot. ut A, ad B, ita C, ad D. sit A major, ab ea auferatur A 9. æqualis ipsi C, & à B, tollatur B 3. æqualis minimæ D. Erit igitur ut totalis A 12, ad partialem A 9 ita totalis B 4. ad partialem B 3. & *a* reliqua 9. 12. *a* 19.5. scilicet 3. ad reliquam 3, 4. scilicet 1. ut A 12 ad B 4. Itaque major erit 3. quam 1. Ex 3. abscindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3, 4. hoc est 1. Ergo A 1. hoc est 10. continet magnitudines C 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A 1. & D, hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C 9, & B 4. Ergo si addatur 1. 12 hoc est 2. magnitudo A 12. & D 3. hoc est 15. majores sunt quam B 4. & C 9. hoc est 13

PRO

PROPOSIT. XXVI.

Th. 26. 8 4 5 3
A B C D

Si prima A, ad secundam B, habuerit majorem rationem, quam tertia C, ad quartam D, habebit convertendo, secunda B, ad primam A, minorem rationem, quam quarta D, ad tertiam C.

Hæc & reliquæ octo propositiones cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quam indicando propositiones Euclidis, in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4. hujus elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSIT. XXVII.

8 4 5 3 *Si prima A.* Tb.27.
A B C D *ad secundã B, habuerit majorem rationem, quam tertia C, ad quartã D, habebit quoq; vicissim prima A, ad tertiam C, majorem rationem, quam secunda B, ad quartam D.*

Continetur prop. 16.

PROPOSIT. XXVIII.

8 4 5 3 *Si prima A, ad* Th.28.
A B C D *secundam B, habuerit majorem*
E 12 F 8 *rationem, quam tertia C, ad quartam D, habebit quoque composita prima cum secunda E, ad secundam B, majorem rationem, quam composita tertia cum quarta F, ad quartam D.*

Continetur prop. 18.

IRO-

PROPOSIT. XXIX.

Th. 29.

8	4	5	3
A	B	C	D
E 12		F 8	

Si composita E, prima cum secunda, ad secundã B, majorẽ habuerit rationẽ, quàm composita F, tertia cum quarta, ad quartam D, habebit quoq; dividẽdo, prima A, ad secundã B, majorem rationẽ quam tertia C, ad quartam D.

Continetur prop. 17.

PROPOSIT. XXX.

8	4	5	3
A	B	C	D
E 12		F 8	

Th. 30.

Si composita F, prima cum secunda, ad secundam B, habuerit majorem rationem, quam composita F, tertia cum quarta, ad quartam D, habebit per conversionẽ rationis, prima cum secunda E, ad primam A, minorem rationem quam tertia cum quarta F, ad tertiam C.

Continetur prop. 19.

PROP.

PROPOSIT. XXXI.

16	8	4
A	B	C
9	5	3
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC, & aliæ ipsis æquales numero DEF, sitque major ratio primæ priorum A, ad secundam B, quam primæ posteriorum D, ad secundam E. Item secundæ priorum B, ad tertiam C, major quam secundæ posteriorum E, ad tertiã F, erit quoq; ex æqualitate major ratio primæ priorum A, ad tertiam C, quam primæ posteriorum D, ad tertiam F. T 5.31.

Continetur prop. 20. & 22.

PRO-

PROPOSIT. XXXII.

Th.32.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Si ſint tres magnitudines ABC, & aliæ ipſis æquales numero DEF, ſitque major ratio primæ priorũ A, ad ſecundã B, quã ſecundæ poſteriorum E, ad tertiã F. Itẽ ſecundæ priorũ B, ad tertiã C, quàm primæ poſteriorũ D. ad ſecundam E. Erit quoq; ex æqualitate, major ratio primæ priorũ A, ad tertiã C, quam primæ poſteriorum D, ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSIT. XXXIII.

Th.33.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Si fuerit major ratio totius A, ad totũ B, quã ablati C, ad ablatum D, erit & reliqui E, ad reliquum F, major ratio quam totius A, ad totum B.

Contin. prop. 18.

PRO

PROPOSIT. XXXIV.

12 8 4 6 5 3 *Si sint* Th.34
A B C D E F *quotcun-que magnitudines ABC, & aliæ ipsis æquales numero DEF, sitq; major ratio primæ priorum A, ad primã posteriorũ D, quam secunda B, ad secundã E, & hæc B, ad E, major, quã tertia C, ad tertiã F, & sic deinceps: habebunt omnes priores simul ABC ad omnes posteriores simul DEF, majorem rationem, quã omnes priores BC, relicta prima A, ad omnes posteriores, EF, relicta quoq; prima D, minorem autẽ, quã prima priorũ A, ad primã posteriorum F, majorẽ deniq; etiã quam ultima priorum C, ad ultimam posteriorum F,*

EUCLIDIS ELEMENTUM VI.

DEFINITIONES.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circũ angulos æquales, proportionalia.

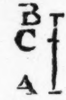
Duas conditiones requirit, 1. ut anguli sint æquales singuli singulis, ut hic A, & D, B, & E, C, & F, 2°. ut latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC, ut ED, ad D[illegible], q[illegible] a

barum

harum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.

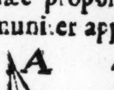
2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in utraque figura antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

HOc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB, est ad BG, in eadem sic BE, ad BC, erunt reciprocæ figuræ. nam in utroque est antecedens & consequens diversarum rationum.



3 *Secundùm extremum & mediam rationem, recta AB, secta esse dicitur, cum ut tota AB, ad majus segmentũ AC, ita majus AC, ad minus CB, se habuerit.*

Ob miram sui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur.



4. *Altitudo cujusq; figuræ, est linea perpendicularis AD, à vertice ad basim deducta.*

Cum ut ait Ptol.lib.de Anal; mensura cujusq; rei debeat esse stata, merito Eucl. à perpendiculari altidudinem petit cujusvis figuræ, sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib.1. vocavit esse in iisdem parallelis.

5. *Ra-*

5. *Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficerint rationem.*

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ, 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harũ denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Theorema I.

Triangula BC, DEF & parallelogram. CG, DF, quorum a def. 4. *eadem fuerit altitudo GH, BF, ita se habent inter se, ut bases BC, EF.*

ID est, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis a def. 4 a possunt inter parallelas constitui: b 36.1 b tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora. c 15.5. Idemq; c est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum d 34.1. sint dupla d triangulorum.

PRO-

PROPOSIT. II.

Si ad unum trianguli ABC, latus C B, parallela ED, ducatur, hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera AC, AB. Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta DE, per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus CB. Th: 2.

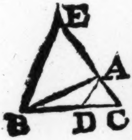
PRob. Ductis duabus rectis EB, DC, *a* erunt triangula EDC, EDB, super eandẽ basim ED, & inter easdẽ parallelas ED, CB, æqualia. *b* Ergo ut AED, ad ECD, ita AE, ad EC, *c* (sunt enim in eadem altitudine) & ut ADE, ad D BE, ita AD, ad DB, *d* ergo ut AE, ad EC, ita AD, ad DB. Ponantur vero latera AC, AB, proportionaliter secta in ED, cum AED, ad DEC, eandem habeat rationem, quam ad E DB, (nam est ut AE, ad EC, sic AD, ad DB, cum triangula sint ejusdem altitudis) erunt DEC, EDB, *e* æqualia, & quia sunt in eadẽ basi *f* erunt inter parallelas.

a 37.1
b 1.6.
c def.4
d 7. 5.
e 9.5.
f 39.1

Pro-

PROPOSIT. III.

Th. 3. *Si trianguli ABC, angulus A, bifariã sectus sit: secans autem*



angulum recta AD, secet & basim BC, basis segmenta BD, DC, eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera BA, AC, & si basis segmenta BD, DC, eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera BA, AC, recta AD, quæ à vertice A, ad sectionẽ D, producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum A.

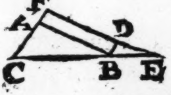
a 31.1. PRob. Ad punctũ B. a agitur BE, ipsi DA. parallela,

cui

cui CA, producta [b] occurrat in E, tunc erit EBA, [c] æqualis alterno BAD, & E, externo DAC, ergo cum anguli BAD, CAD, æquales ponantur, erunt anguli EBA, & A, æquales, & rectæ BA, AE, [d] æquales. Ergo cum in triangulo EBG, rectæ DA, BE, parallelæ sint, ut EA, hoc est BA, ad AC, [e] ita BD, ad DC. Sit rursus ut BA, ad AC, sic BD, ad DC, ut autem BD, ad DC, ita [f] est EA, ad AC. [g] Ergo ut BA, ad AC, ita EA, ad AC, [h] æquales, ergo BA, EA, & [i] anguli ABE, & E. Cum ergo ABE, alterno BAD, æqualis sit & E, externo DAC, erunt anguli BAD, DAC, æquales.

b 17. & 29. 1.
c 29. 1.
d 6. 1.
e 2. 6.
f 2. 6.
g 11. 5.
h 9. 5.
i 5. 1.

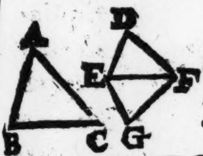
PROPOSIT. IV.

Th 5. 

Æquiangulorum triangulorum ACB, DBE, proportionalia ſunt latera (hoc eſt ut AC, ad CB, ita DB, ad BE,) *quæ circa æquales angulos C, & B, & homologa ſunt latera BA, ED, quæ æqualibus angulis C, & B, ſubtenduntur.*

PRob. Sic in directum ſtatue rectas CB, BE, ut angulus extern. DBE, interno C, ſit æqualis: tunc
a 28.1. DB, & AC, *a* erunt parallelæ: ſimiliterque ED, BA, cum anguli E, & ABC, ſint æquales. Et quia
b 29.1. anguli ACB, ABC, hoc *b* eſt DE
c 17.1 B, minores ſunt *c* duobus rectis, ſi
d Ax. producantur ED, CA, convenient,
11. *d* puta in F. *e* Eritque DA, parallelogrammum. Cum igitur in tri-
e 34.1. angulo FCE, rectæ DB, FC, ſint
f 2.6. parallelæ *f* erit ut FD, ad DF, hoc eſt BA, ita EB, ad BC. Cumque BA, EF ſint item parallelæ, erit CB, ad BE, ut CA, ad AF, hoc eſt BD, & ut AB, ad BE, ita FD, hoc eſt AB, ad DE,

PROPOSIT. V.



Si duo Th.5.
triangula ABC, DEF, latera AB, BC, proportionalia (ipsis *DE, EF,*) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemq; angulos, DA, EB, CF, habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.*

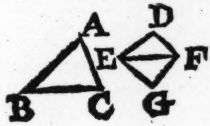
PRob. Super recta EF, ad punctũ E, *a* ponatur angulus FEG, *a* 23.1.
angulo B, æqualis & ad F, alius ipsi C, & consequenter reliquus G, reliquo A, *b* æqualis, sicque fiant triangula ABC, EFG, æquiangula: Tunc circa æquales angulos A, & G, *c* erunt proportionalia latera AB, ad AC, ut GE, ad GF, & AB, ad BC, ut GE, ad EF, & AC, ad CB, ut GF, ad FE, sed trianguli DEF, latera in eadem ratione supponũtur, æqualc; *d* ergo erit DE, ipsi EG, & DF, ipsi FG, & triangula DEF, EFG, *e* æqualia, & *f* consequenter DEF, æquiangulum ipsi ABC.

b 32.1. *c* 4.6. *d* 9.5. *e* 8.1. *f* Ax.1.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Th. 6.

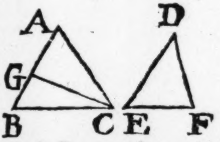


Si duo triãgula AB C, DE F, unũ habeant æqualem angulũ AD, & latera circa eum proportionalia (ut *BA*, ad *AC*, ita *ED*, ad *DF*,) *erunt æquiangula, angulosq; habebunt æquales BE, CF, quibus homologa latera BA, ED, AC. DF, subtenduntur.*

PR. Ad rectã EF, ãgulos FE G, EFG, fac æquales ipsis B C, erit & G, æqualis A, quia
a 4.6. ergo æquiangula sunt ABC, GEF, [a] erunt ut AB, ad AC, ita GE, ad GF, proportionalia,
b 11. & 9.5. sed sunt etiam proportionalia AB, AC, & DE, DF, [b] sunt ergo latera DE, DF, ipsis GE, GF, æqualia Cumq; basis E F, sit communis, triangula D
c 8.1. EF, EFG, [c] æquiangula sunt,
d Ax. 1 [d] ergo etiam æquiangula AB C, DEF.

Prop.

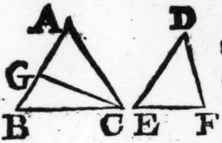
PROPOSIT. VII.



Si duo triangula ABC, DEF, unũ angulum A, uni angulo D, æqualem, circum autem alteros angulos (F, latera proportionalia habeant (ut AC, ad CB, ita DF, ad FE.) reliquoram vero B, simul utrumque, aut minorem, aut non minorem, recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angblos ACB, DEF, circum quos sunt proportionalia latera, & angulos B, & E, æquales. Tb.7:

PRob. Sit enim B, & E, minor recto, tunc si anguli ACB, & F, non sunt æquales, sit ACB, major quam F, fiatq; ipsi F, æqualis ACG, cum igitur angulus A, angulo D, ponatur æqualis *a* erit & reliquus AGC, reliquo E, æqualis, ideoque triangula AGC, DEF, æquiangula erunt. *b* Ergo ut AC, ad CG, ita erit DF, ad FE, sed ut DF, ad FE, ita

a 32.1.
b 4.6.



ita poni-
tur AC,
ad CB,
c 11.5. ut c igi-
tur AC
ad CG,
ita AC,
d 6.5. ad CB, ac propterea d æqua-
e 5.1. les CG, CB, & e anguli CB
G, CGB, æquales; cum igitur
angulus B, sit recto minor,
f 13.1. erit & CGB, minor recto, &
ei deinceps AGC, f major re-
cto. Est autem ostensus angu-
lus AGC, angulo E, æqualis.
Major igitur est recto angu-
lus E, qui minor ponebatur.

Jam sit angulus B, & E
recto non minor, probabitur
ut prius rectas CB, CG, esse
g 5.1. æquales, & g consequenter
angulos CBG, CGB, esse
h 17.1 æquales, & non minores duo-
bus rectis, h quod est absurdú.
Non ergo inæquales sunt
anguli ACB, & F, sed æqua-
les, & consequenter reliqui
i 32.1. anguli B, & E, i æquales,
quod erat probandum.

PRO-

PROPSIT. VIII.

Si in triangulo rectangulo BAC, ab angulo recto A, in basim BC, perpendicularis AD, ducta sit: quæ ad perpendicularem triangula ADC, ADB, tum toti triangulo ABC, tum ipsa ADC, ADB, inter se sunt similia. Tb 8.

PRob. In triangulis ABC, BAD. anguli BAC, ADB recti sunt, & angulus B, communis, ergo *a* reliqui ACB, BAD, æquales. ergo triangula ABC, ADB, *b* similia. Non aliter ostendetur ADC, simile ABC, & ADC, triangulo ADB. *a* 32.1. *b* 1.def.

Coroll. 1. *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.*

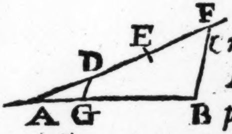
c Nam ut BD, ad DA, ita DA, ad DC, quod est rectam DA, esse mediam proportionalem inter basis partes BD, DC. *c* 4.6.

Cor. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentũ basis quod ei lateri adjacet.

PRO-

PROPOSIT. IX.

Prob. 1.



A data recta AB, imperatam partẽ, puta tertiam, AG, auferre.

PRax. Ex. A, ducatur recta AC, utcunq; faciens angulum, & ex AC, sumatur quævis pars, puta, AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EF, jungatur FB, cui ex D, parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. In triangulo AFB, lateri BF, parallela est linea GD, a ergo erit ut FD, ad DA, ita BG, ad GA, & b componendo ut FA, ad DA, ita BA, ad GA. Est autem AD, pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tetria ipsius AB.

a 2.6.
b 18.5.

PRO-

PROPOSIT. X.

Datam rectã insectam AB, similiter secare, ut data altera recta A C, secta fuerit in D, & E. Prob. 2.

PRax. jungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG, ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EG, parallelæ lateri BC, a ergo ut AD, ad DE, ita AF, ad FG: Proportionales ergo sunt partes AF, FG, partibus AD, DE. Jam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit ut DE, ad EC, ita D I, ad IH, b hoc est FG, ad G B, quare proportionales sunt partes FG, GB, partibus DE, EC. a 2.6. b 34.1.

Prop.

PROPOSIT. XI.

Prob. 3

Datis duabus rectis AB, AC, tertiã proportionalem CE, invenire.

PRax. Ex datis AB. AC. fac angulum CAB, junge utramque recta CB, produc latera AB, AC, sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam. Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

Prob. Rectæ BC, DE, sunt a 2.6. parallelæ: *a* ergo ut se habet AB, ad BD, ita AC, ad CE. Est autem BD, ipsi AC, æ-b 7.5. qualis: *b* ergo ut se habet AB, ad AC, its BD, hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem.

Pro-

PROPOSIT. XII.

Tribus datis rectis AB, BC, AD, quartam proportionalē DE, invenire. Prob. 4

PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum colloca, ex reliqua AD, & totali AC fac angulum DAC, junge recta BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

Prob. CE, BD, sunt parallelæ: a ergo ut se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. a 2.6.

PRO-

PROPOSIT. XIII.

Prob. 5

Datis duabus rectis AB, BC, mediam proportionalẽ BD, invenire.

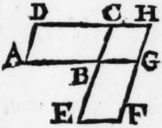
PR. x. Colloca in directum *AB, BC*, super *AC*, duc semicirculum *ADC*. In *B* excita perpendicularem *BD*, ad sectionem semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis *AD, CD*, a erit angulus, *ADC*, in semicirculo rectus, & à vertice *D*, ad basim *AC*, ducta perpendicularis *DB*, b facit ergo duo triangula æquiangula; c ergo proportionalia, ergo ut *AB*, ad *BD*, ita *BD*, ad *BC*, est ergo *BD*, media proportionalis inter *AB, BC*.

a 31.3. b 8.6. c 4.6.

Pro-

PROPOSIT XIV.



Æqualiũ AB, BE, & unũ AB C, uni EB G, æqualem habentiũ angulum, parallelogr. reciproca ſunt latera AB, BG, EB, BC, quæ circũ æquales angulos: & quorũ parallelogr. unũ angulum uni angulo, æqualem habentiũ, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia. Th 9.

Prob. Jungātur parallelogr. ad angulũ æqualẽ B ita ut AB, & BG, jaceant in directũ, *a* jacebunt & reliquæ EB, BC, perficiatur parallelogrāmũ BH, ergo ut FB, ad BH, ita *b* erit BD, ad BH, ſed ut FB, ad BH, ita *c* eſt EB, ad BC, & ut DB, ad BH, ita AB, ad BG. Igitur ut EB, ad BC, *d* ita eſt AB, ad BG.

a 14. & 15 1.
b 7. 5.
c 1. 6.
d 11. 5.

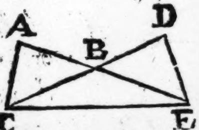
Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB, ad BC, eſt ut AB, ad BG, ergo *e* FB, ad BH, eſt ut DB, ad BH, *f* ergo parallelogramma æqualia ſunt.

e 1. 6.
f 9. 5.

Prop.

PROPOSIT. XV.

Th. 10.



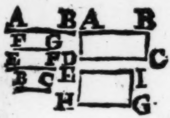
Æquilium ABC, DBE, & unum B uni, æqualem habentium angulum, triangulorum reciproca sunt latera ut AB, ad BE, ita DB, ad BC, quæ circum æquales angulos B. & quorum triangulorum unum angulum uni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

PRob. Sic junge triangula ad angulum æqualem *B*, ut *AB*, *BE*. Jaceant in directum, ducta *C E*, a erit ut *ABC*, ad *BCE*, ita *D BE*, ad *BCE*, sed ut *ABC*, ad *BC E*. ita *AB*, ad *BE*, & ut *DBE*, ad *BCE*, b ita *BD*, ad *BC*, pariterque demonstratur *ABC*, *DBE*, esse æqualia, si sit ut *AB*, ad ad *BE*, ita *DB*, ad *BC* Nam cum ponatur ut *AB*, ad *BE*, ita *DB*, ad *B C*, & ut *AB*, ad *BE*, ita triangulum *ABC*, ad *BCE*, & ut *DB*, ad *BC*, ita *DBE*, ad *BCE*, erit ut *AB C*, ad *BCE*, ita *DBE*, ad *BCE*, ergo triangula *ABC*, *DBE* c sunt æqualia.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PRO-

PROPOSIT. XVI.



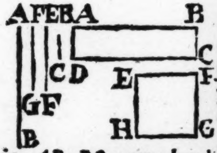
Si quatuor rectæ AF E B, proportionales fuerint : quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod sub mediis EF. FG. cōprehenditur, rectagulo EG. Et si sub extremis AB. BC. cōprehensū rectangulū AG. æquale fuerit ei quod sub mdiis FG. EF. continetur rectāgulo EG. illæ quatuor rectæ proportionales sunt. Th. 11.

PRob. 1a. pars. Anguli recti B, & I, sunt æquales, & ut se habet *AB*, ad *IG*, ita *EI*, ad *BC*, ergo latera circa æquales angulos *B*, & *I*, sunt reciproca, *a* ergo parallelogramma *AC EG*, sunt æqualia. *a* 14. 6.

Pr. 2. Æqualia sunt rectāgula *A*, *C*, *EG*, & habent angulos æquales, nempe rectos *B*, & *I*, ergo *b* latera circa hos angulos erūt reciproca. *b* 14. 6.

PROPOSIT. XVII.

Tb.12.



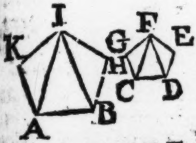
Si tres rectæ AFB, sunt proportionales: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod à media F, describitur quadrato EG. Et si sub extremis AB, BC, comprehensum rectangulum AC, æquale sit ei quod à media F, describitur quadrato EG, illæ tres rectæ proportionales erunt.

PRob. 1a. pars. Sume rectam EF, æqualem ipsi FG, erunt quatuor rectæ AFEB, proportionales, eritque quadratum EG,
a 16.6. comprehensum sub mediis FG, & F, a ergo rectangulum AC, æquale erit quadrato EG.

Prob. 2. Quadratum EG, mediæ EF, (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC, sub externis AB, BC, æquale ponitur, & habent angulos æquales, ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROP.

PROPSIT. XVIII.



Super data recta AB, dato rectilineo CDEFG, simile, similiterq; positum rectilineũ ABHIK, describere. Probl.6.

DAtum rectilineum resolve in triangula, ductis rectis puta CF, DF. ad punctum A, *a* fiat angulus IAB, æqualis ipsi FCD, & ipsi FDC, æqualis IBA, & *b* consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD, IAB, & similia *c* & ut CF, ad AI, ita CD, ad AB, Ad rectam *AI*, fac similiter triangulum *IKA*, æquiangulum triangulo *FGC* & quia anguli *BAI*, *IAK*, æquales sunt angulis *DCF* *FCG*, totale. *KAB*, *GCD*, æquales erunt, & latera proportionalia: Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo jacent absolvantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo *d* simile erit, & super datam *AB*, similiter descriptum.

a 32.1.
b 32.1.
c 4.6.
d 1 def.6

N Prop

PROPOST. XIX.

Th. 13. *Similia triangula ABC, DEF, inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

Quando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC, EF, necnon tertia proportionalis BG, sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC, EF, sunt inæqualia, demonstratur hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, majus, & ex BC,
a 11.6. abscindatur a rectis BC, EF, tertia proportionalis BG, ducaturq; recta AG. Quia igitur angulus B, est æqualis E, & propter similitudi-

nem

nem triangulorum, ut AB, ad BC, ita DE, ad EF, & permutando ut AB, ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B, E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti, ut triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, ut autem ABC, ad ABG, ita est per 1, hujus BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit ut BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulū super secundam.

PROPOSIT. XX.

Th. 14.

Similia poligona in similia triangula dividuntur, & numero æqualia, & totis homologa: & poligona duplicatã habent eã inter se rationẽ, quã lat9 homologũ ad homologum latus.

SInt polygona similia ABHIK, CDEFG, habentia angulos æquales K, G, Itemq; I, F, & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta ut AB, ad BH, ita CD, ad DE, &c.

Dico 1. Illa dividi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I, & F, duc rectas ad angulos oppositos AB, CD, divisa erunt illa polygona in triangula numero æqualia. Quod etiam in similia.

Prob. Anguli K, & G, sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia, *a* ergo æquiangula sunt triangula IKA, FGC, ergo similia. Eadem ratione erunt similia

a 6.6.

milia

milia triangula IHB, FED Et *b* quia est ut IB, ad BH, ita FD, ad DE, ut autem HB, ad BA, ita E D, ponitur ad DC, *c* erit ex æquo ut IB, ad BA, ita FD, ad DC, & quoniam angulus HBA, ipsi ED C est æqualis & ablatus HBI, ablato EDF, erunt reliqui IAB, F DC, æquales. *d* Ergo triangula IB A, FDC, æquiangula erunt & similia, eademq; ratio de omnibus. *b* 4.6. *c* 22.5. *d* 6.6.

Dico 2. quod sicut unum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singulis, *e* ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis proabita sint proportionalia, sicut in triãgulo unius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, *f* ut unum antecedens est ad unum consequens, ita omnia ad omnia. Est ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum, e.g. ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB, CD. *e* 19.6. *f* 12.5.

PROPOSIT. XXI.

Th. 15.

Quæ eidem rectilineo GHI, sunt similia ABC, DEF, & inter se sunt similia.

PRob. Anguli A, & D, ponuntur æquales uni G, ergo & inter se, eodemque
a 11.5. modo singuli singulis: *a* latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejusdem tertii sunt proportionalia, ergo cum habeant angulos æquales & latera circa
b 1. def. 6. eos proportionalia, *b* sunt similia.

PRO-

PROPOSIT. XXII.

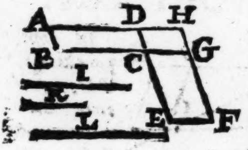
Si quatuor rectæ AB, CD, EF, GH, proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta ABI, CDK, & MF, HN, proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt. Th: 16.

PRob. *a* Sumatur ipsarum AB, & CD, tertia proportionalis P, & ipsarum EF, & GH, tertia Q, *b* erit ut AB, ad P, ita triangulum IAB; ad triangulum KCD, id est in ratione duplicata, & ut EF, ad Q, ita MF, ad NH, sed ut AB, ad CD, ita EF, ad GH, & ut CD, ad P, ita GH, ad Q. *c* Ergo ex æquo ut AB ad P, ita EF, ad Q, *d* ergo ut ABI, ad CDK, ita MF, ad NH. Item vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram *e* est rectæ ad rectam duplicata, *f* ergo ratio laterum eadem erit, nempe ut AB, ad CD, ita EF, ad GA, ergo illarum latera proportionalia sunt.

a 11.16
b 19.6.
c 22.5.
d 11.5
e 19. & 20.6.
f 7.5.

PROPOSIT. XXIII.

Th.17.

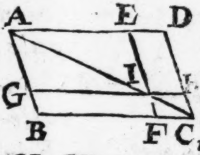


Æquiangula C, parallelogramma AC, CF, inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur BC, ad CG, & EC, ad CD.

Sint parallelogramma AC, CF, habentia angulos ad C, æquales & ita disposita ut DC, ipsi CE, & BC, ipsi C G, a jacent in directum, compleaturq; parallelogrammum CH. b Cum ergo sit ut AC, ad CH, ita BC, ad CG, & ut CH ad CF, ita DC, ad CE, ratio enim AC, ad CF, c componitur ex intermediis A C, ad CH, & CH, ad CF, componetur quoq; eadẽ ratio AC, ad CF, ex rationibus BC, ad CG, & DC, ad CE, quæ illis intermediis sunt æquales.

a Per conversam 15.1.
b 1.6.
c def.5.

PROPOSIT. XXIV.



In omni parallelogr. BD, quæ circa diametrum AC, sunt parallelogrāma GE, FH, & toti DB, & inter se sunt similia. Th. 18.

PArallelogrammum GE, habet angulum A, communem cum toto: angulus externus AEI, æqualis est interno ADC, similiterque angulus *AGI*, angulo *ABC*, & angulus *EIG*, angulo *EFB*, & angulus *IFB*, angulo *FCH*, ergo parallelogramma *GE*, *FH*, & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. a Triangula *AGI*, *ABC*, sunt æquiangula similiterque triangula *AEI*, *ADC*, erit b ergo ut *AB*, ad *BC*, ita *AG*, ad *GI*, & ut *BC*, ad *CA*, ita *GI*, ad *IA*, item ut *CA*, ad *CD*. ita *IA*, ad *IE*. c Ergo ex æquo ut *BC*, ad *DC*, ita est *GI*, ad *IF*, ad *IE*, ergo latera circa æquales angulos *BCD*, *GIE*, sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos & de parallelogrammo *FH*, ergo similia. a 9. R. 1. b 4. 6 c 22.

Prop.

PROPOSIT XXV.

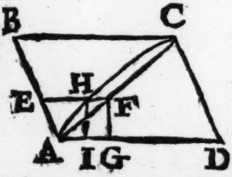
Prob.7. *Dato rectilineo A simile, similiterq; positum, & alteri dato B æquale, L; constituere.*

PRax. Ad dati rectili-
a 45.1. nei A latus CD, a fiat rectan-
gulum CF, æquale ipsi A,
Producatur CD, versus G, su-
per DE, in angulo EDG, fiat
b 44.1. rectangulũ DH, b æquale ipsi
c 13.6. B, c fiat inter CD, DG, media
d 18.6. proportionalis IK, super quam
fiat d rectilineũ L, simile ipsi
A, similiterque positum, eritq;
rectilineum L, æquale dato
B, & simile ipsi A.

Prob. rectæ CD, IK, DG,
e Ex e sunt proportionales: f ergo
censt. erit ut prima CD, ad tertiam
f 19. & DG, ita rectilineum super
20.6. primam, id est A, ad rectili-
neum super secundã, id est L,
g 1.6. sed ut CD, ad DG g ita pa-
1.6. ral. CE hoc est A, ad DH,
h 11.5. hoc est B h ergo erit ut A, ad
i 9.5 B, ita A, ad L. i Ideoq; recti-
linea B, & L, erunt æqualia.

PRO-

PROPOSIT. XXVI.



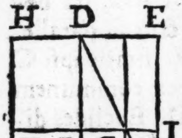
Si à paral-lelogr. B D, paral-lelogrammum E G, abla-tum sit, & simile toti, & similiter positum, commu-nem cum eo habens angu-lum E A G, hoc circa ean-dem cum toto diametrum A C, consistet. Th. 18.

SI neges: Sit alia AHC, Agatur ex H, recta HI, parallela FG, tunc parallelo-gramma BD, EI, circa eandē diametrum AHG, *a* erunt si-milia: *b* quare erit ut BA, ad AD, ita EA, ad AI. Sed ut BA, ad AD, ita est EA, ad AG, cum BD, EG, ponantur similia. *c* Igitur erit ut EA, ad AI, ita EA, ad AG. *d* Ac propterea æquales AI, AG, pars & totum. Prop.

a 24. 6. *b* 1. def. 6. *c* 11. 5. *d* 9. 5.

PROPOSIT. XXVII.

Th. 19.



Omniū parallelogrāmorum secundū eādē rectā applicatorū deficientiumque figuris parallelogrāmis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur: maximū id est, quod ad dimidiā applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

SUper **AC**, semissem totius **AB**, applicatū sit parallelogrammū **AD**, ita ut à toto AE, deficiat parallelogrāmo CE, quod semper est æquale [a] & simile ipsi AD.

Deinde

Deinde ad quodvis aliud segmentũ AK, sit applicatũ aliud parallelogrãmũ AG, ita deficiens, ut defectus sit parallelogrammũ KI, simile ipsi CE, hoc est circa communem diametrũ BGD. Euclides dicit AG, minus esse parallelogrammo AD, & probatur.

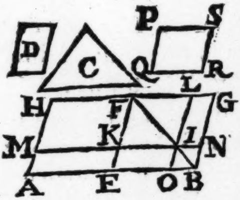
1. Quando punctam K, est inter CB, tunc parallelogrammum IH, qnod est *a* æquale ipsi LE, majus est quam GC, quia LE, majus est quã GE, & GE, GC, sunt *b* æqualia. Addito ergo LA, erit AD, majus quam AG. *a* 35.1. *b* 43.1.

Quando verò punctum K, est inter AC, tunc DF, DI, sunt æqualia, quia sunt super æquales bases & DI, DK, sunt æqualia complementa, ergo & DF, DK, sunt æqualia, & GH, minus DK, adjectoq; communi KH, totum AG, minus toto AD.

PRO-

PROPOSIT. XXVIII.

Prob. 8



Ad datã rectã AB, dato rectilineo C, æquale parallelogrãmũ AI applicare: deficiens figura parallelogrãma ON quæ similis sit alteri parallelogrãmo dato D Oportet autem datum rectilineum C, cui æquale applicandum est AI, non majus esse eo, quod ad dimidiam AE, applicatur, cum similes fuerint defectus, & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.

a 18.6. Rectã AB, ut prius bis seca in E, super mediã EB, fac parallelogrãmum EG, simile ipsi D, similiterq; positum: & comple parallelogrãmũ BH, si EH, ipsi C, est æquale, factum est quod petitur, nam est applicatũ ad AB & deficit parallelogrãmo EG, simili ipsi D. Si EH, & ipsi æquale b EG
b 36.1. sit majus quã C; (nam minus
c 27.6. esse non debet cum EH, sit c maximũ eorum quæ applicari possunt

possunt ab AB, unde si esset EG, minus ipso C, nullũ aliud applicari posset ab AB, ipsi C, æquale, proptereaq; addit Euclides oportet autem, &c.) si inquam sit majus, *d* reperta quantitate excessus, *e* facto parallelogrāmo PR, æquale excessui & simile similiterq; posirũ ipsi D, & parallelogrāmo PR, aliud æquale similiter positum CL, *f* quod erit circa diametrum, sicq; remanebit gnomon LBK, æquale rectilineo C. Jam productis LI, KI, erit parallelogrāmũ AI, ad rectā AB, applicatũ & deficiens parallelogrammo ON *g* simili ipsi EG, hoc est ipsi D. Quod autem AI, si æquale ipsi C, sic probo. Complementa LN, KO, *h* sunt æqualia, ergo addito communi NO erit OG, æquale ipsi EN *h* hoc est AK. Ergo sit æqualibus AK, OG, addas cōmune KO, erit AI, æquale gnomoni LBK, hoc est rectilineo C, ut probavi.

d 44 1. *aut arte quacunque.* *e* 25.6.

f 44.1.

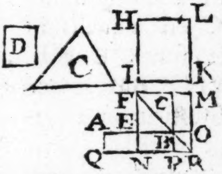
g 24.1

h 43.1.

PRO-

PROPOSIT. XXIX.

Prob. 9.



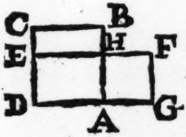
Ad datã rectã AB, dato rectilineo C, æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam AB figura parallelogramma PO, quæ ſit ſimilis dato alteri parallelogrammo D.

a 18.6. SUper rectam EB, mediam
datæ **AB** a fiat parallelogrammum ED, ſimile ipſi D, ſimiliterque poſitum: tum rectilineo C, & parallelogrã-
b 25.6. mo EC, fiat b æquale aliud parallelogrammum NM, ſimile ipſi D, habeatque angulum EFC, cum parallelogrãmo EC. Completis igitur paral-

parallelogrammis QE, NB, PO, cum NM, sit positum æquale ipsis EC, & D, ablato communi EC, gnomon BRC, ipsi C, erit æqualis. Et quia æqualia *c* sunt QE, NB, *c* 36.1. & æqualis *d* NB, BM, si loco *d* 43.1 ipsius BM, substituatur æqualе QE, erit parallelogrammum AR, æquale gnomoni BRC, ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB, applicatum est parallelogram. AR, æquale dato rectilineo C, excedens rectam AB. figura parallelogramma P O, quæ similis est dato parallelogramo D, cum sit circa eandem diametrum cum ipsi EG quod positum est simile ipsi D. Ad datam ergo, &c.

PRO-

PROPOSIT. XXX.

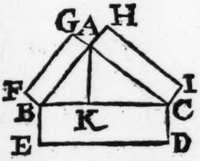
Pro.30 

Propositam rectã terminatam AB, extrema ac media ratione secare in H.

a 11.2. Dividatur[a] AB, in H, ita ut rectangulum CH, sub tota AB, & segmento BH, sit æquale quadrato AF, alterius segmenti AH, tunc enim tres
b 17.6. rectæ proportionales[b] erunt, & erit ut tota BA, ad AH, ita AH, ad HB. Ergo AB, secta
c 3.def. est in H, [c] secundum extremam & mediam rationem.

PRO-

PROPOSIT. XXXI.



In triangulis rectangulis ABC, figura quævis BD, descripta à subtendente BC rectum angulum BAC, æqualis est figuris FA, AI, quæ priori illi similes & similiter positæ à lateribus BA, CA, rectum angulum continentibus, describitur. Th.20.

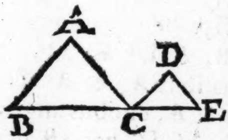
POligonæ figuræ FA, AI, BD, ponuntur similes *a* ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA, AC, *b* habeant rationem æqualitatis cum tertio BC, habebunt & polygona FA, AI, rationẽ æqualitatis cum tertio BD, *c* ergo eidem erunt æqualia.

a 20.6. b 17.1. c 9.5.

PRO-

PROPOSIT. XXXII.

Tb. 21.



Si duo triangula ABC DCE, quæ duo latera AB, AC, duobus lateribus CD, DE, proportionalia habeant, secundum unum angulum ACD, composita fuerint, ita ut homologa eorũ latera AB, DC, AC, DE, sint etiã parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera BC, CE, in rectam lineã BE, collocata reperientur.

PRob Latera homologa AB, DC, AC, DE, ponuntur parallela, a ergo anguli alterni A, & ACD, sunt æquales & D, eidem ACD, ergo A, & D, æquales. Hos æquales

a 29. 1.

quales angulos circumstant
latera proportionalia ex hy-
poth. *b* ergo triangula sunt æ- *b 6.6.*
quiangula, habent que æquales
angulos B, & DCE, additis
ergo æqualibus A, & ACD,
erunt B, & A, duobus angu-
lis DCE, ACD, hoc est an-
gulo ACE, æquales. Ergo
addito communi ACB, erunt
tres anguli ABC, duobus ACE
& ACB, æquales, *c* illi autem *c 32.1.*
tres valent duos rectos, ergo
& hi duo. Ergo *d* BC, CE, *d 14.1.*
unam rectam constituunt.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Tb:22.

In æqualibus circulis DB, HF, anguli A, E, D, H, eãdem habent rationem, cum ipsis peripheriis BC, FG, quibus insistunt: sive ad centra D, H, sive ad peripherias A, E, constituti insistant: insuper vero & sectores BDC, FHG, quippe qui ad centra insistunt.

PRrob. Ductis BC, FG, ad
41.4. C, a applica CI, æqualem ipsi BC, & ad G, & K, GK, KL, æquales singulas ipsi FG, ductis ID, DH, LH, sic dico, rectæ BC, CI, ponuntur

tur

tur æquales, *b* ergo & arcus *b* 28.3.
BC, *CI* *c* ergo & anguli *BDC*, *c* 27.3.
CDI æquales. Idemque est de arcubus *FG*, *GK*, *KL*, & angulis ad *H*, qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus *BCI*, ipsius *BC*, tam multiplex erit angulus *BDI*, ipsius *BDC*, & quam multiplex arcus *FGKL*, ipsius *FG*, tam multiplex erit angulus *FHL*,
ipsius *FHG*, *d* ergo si arcus *d* 27.3
BCI, *FGKL*, sint æquales, erunt & anguli *BDI*, *FHL*, æquales. Si eorum arcuum unus sit major, major erit &
angulus, si minor, minor. *e* *e* 6.def.
Ergo cum æquemultiplicia 5.
vel una excedant, vel una deficiant, quæ erit ratio arcus *BC*, ad *FG*, eadem erit anguli *BDC*, ad *FHG*. Et quia
anguli ad *D*, & *H*, sunt *f* du- *f* 20.3.
pli angulorum ad *A*, & *E*, *g* *g* 15.5.
eadem erit ratio angulorum *A*, & *E*, quæ *D*, ad *H*, & sic eadem anguli *A*, ad angulum *E*, quæ arcus *BC*, ad arcũ *FG*.

Rursus inæqualibus segmentis

tis *BC, CI*, si
fiant anguli
BMC, CNI
b 27.3 *b* æquales e-
runt, cum in-
sistant æqua-
libus arcu-
bus *BAC*, C
i 24.3. *B, AI* ergo
similia sunt
segmenta *B*
MC, CNI, & æqualia, cum sint super æquales *BC, CI*, additis ergo triangulis *BDC, CDI*, quæ æqualia sunt, erunt sectorum *BDC, CDI*, æquales. Ergo tam multiplex est sector *BDI*, sectoris *BDC*, quam multiplex arcus *BCI*, arcus *BMC*. Idem ostendetur de sectore *FHL*. Ergo si æqualis sit arcus *BCI*, arcui *FGL*, sector quoque *BDI*, æqualis erit sectori *FHI*, si deficiet, si excedat excedet. Ergo quæ est ratio arcus *BC*, ad arcum *FG*, eadem erit & sectoris *BDC*, ad sectorem *FHG*, quod erat prob.

Laus Deo, B.V. & S. Ignat.

ELEMENTA ASTRONOMICA.

Ubi Theodoſii Tripolitæ Sphæricorum libri tres, cum univerſâ triangulorum reſolutione, novâ, ſuccinctâ & facilimâ arte demonſtrantur.

Ad illuſtriſſ. virum D.D.
CLAUDIUM BAZIN,
Regi à ſacris ſanctioribuſque Conſiliis, & in magno ſupremoque Conſilio Patrono Regio Catholico, Equiti, Domino de Beſonts.

Authore JOANNE BAPTISTA DUHAMEL, in Academia Pariſienſi Matheſeως Profeſſore Regio.

LONDINI,
Excudebat *J. F.* impenſis *Edwardi Story*, apud quem proſtant venales in celeberrima Academia *Cantabrigienſi.*
MDCLIV.

1.
NO

CI

Reg
C
&
q
F
q
f

N

agi
ben
auc
mer

ILLVSTRISSIMO
NOBILISSIMOQ.
viro Dom. D.
CLAUDIO BAZIN,

Regi à ſecretioribus ſanctioribusq; Conſiliis, & in magno ſupremóque Conſilio Patrono Regio: Catholico, Equiti, Domino de Beſonts.

NOn me, Vir Illuſtriſſime, prurius, quo ſæculi noſtri ingenia agitãtur, impulit ad ſcribendum? non illa gloriolæ aucupatio quam laborum mercedem & vigiliarum

præmium fingunt sibi, etiã qui modestissimè de se sentiunt. Quippè ferè apud nos hodiè hæc ars scribendi inter vilissimas censetur. Nec facilè dixerim an temporum an scriptorum vitio; nam ita vivitur ut quamplurimi ex mole operum & sex voluminum numero ingenium metiantur, nec apud eos magni nominis habeantur, nisi qui centum Typographorum manus lassare possit, ac serio conari videntur, ne quisquam cum iis de multùm & pessimè dicendi gloria certare possit: & quod tristius, in plerisque genius non desideratur. Cura, labor, industria, quia ex celeritate laudem quæsivere omninò defuit. Nec

pl-

pluteum cædit nec demorsos sapit ungues. Et forsitã non mihi secus possit quis immaturos fructus exprobrare quam ego aliis: quippè hac scientia quasi œstro raptus puer, ipse me imbui, vix pubes docui, scribo nondum Adolescens: sed sanè in hac lucubratione animi contentionem, quod unum potui, maximam attuli, nec aliorum scripta expilavi, sed novo genere demonstrandi scientiæ difficilimæ dogmata quantũ in me fuit reseravi: ac id tentavi efficere, ut quæ non nisi iis, qui in arte nostra adoleverant, ante paterent, fierent tandem tyronum elementa, verbo dicam, sub tuo nomine non prodirent, si quid melius potuissem,

quidquid id est si probaveris, quod unum quaesivi sum consecutus, placui acerrimo viri supra fidẽ ingeniosi judicio. Dicam enim quod quotidie audio & animi dotes quae singulae hominem insigniunt, in te videntur confluxisse universae, capacissima mens cui inter tot tantaq; negotia ne puncta quidem temporum elabuntur, vis ingenii quà abditissima & pene cymmerianis obducta tenebris ludens eruis.

Illa judicii bonitas quam in canis miremur, & quae omnia condit morum suavissima benignitas: & haec gratiora mihi occurrunt quod tanto viro scio fratrem debere quamplurimum: nec debere invitum,

tum, & enim præter ea quæ alii in te diligunt, amat beneficia tua quæ non conciliavere quæcūq; in cæteris hominibus movere solent, aut affinitatis necessitas, aut potentiorum commendatio, aut utilitatis ratio, sed sola honestas, sola bene faciendi cupiditas, sola quæ tua tota est singularis humanitas à qua ut æquo animo hunc primum ingenii mei partum accipias, expectamus, Vale.

Tibi addictissimus
I.B.D.Hamel.

ELEMENTORUM ASTRONOMICORUM

LIBER PRIMUS.

DE ELEMENTIS Sphæricis.

Theodosii Tripolitæ Elementa Sphærica.

DEFINITIONES.

PRIMA. Sphæra est solidũ una superficie contentum, in cujus medio punctum est, à quo omnes rectæ lineæ ductæ ad superficiem ambientem sunt æquales.

EUCLIDES lib. 11. definitione 12. Sphæram sic describit. Sphæra est quando

quando ſemicirculi manente diametro circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus revolvitur, unde incipit circum aſſumpta figura.

SECUND. Polus ſphæræ eſt punctũ in ſuperficie Sphæræ immobile circa quod volvi concipitur Sphæra.

TERTIA. Polus circuli eſt punctũ in ſuperficie Sphæræ à quo prædictus circulus deſcribitur, ſicut circulus à ſuo centro. Unde patet quod omnes lineæ ductæ à polo circuli ad illus circũferentiam ſunt æquales.

QUART. Axis Sphæræ eſt linea trãſiens per cẽtrũ Sphæræ, applicãs extremitates ſuas ex utraq;

 parte

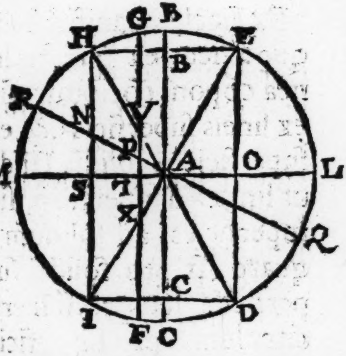
parte in ſuperficie Sphæræ, circa quam volvitur ſphæra. Unde patet quod illius termini ſunt poli Sphæræ circa quos verti concipitur Sphæra.

L EMMA.

Ex Eucl. manifeſtũ eſt quod ſicut ex punctis linea cõponi cõcipitur, ſic ex lineis ſuperficies, & ex ſuperficieb. ſolidũ. Unde ut linea ad ſuperficiẽ, ſic ſuperficies ad ſolidum: quare ſi pro ſolido ſuperficiẽ, ſeu pro ſphæra circulum & pro ſuperficie lineã, ſeu pro circulo illius diametrum intelligamus, minimè decipiemur. Sit ergo circulus M B L. ſphæram repræſentans diametri circulorum ex quibus componitur BC. CF.HI.& ML. The-

THEOREMATA.

PRIMUM.



DIco primo quod circuli, qui transeunt per centrum sphæræ ut ML. & BC. sunt maximi, nam BC. diameter major est GF. diametro circuli G F. non transeuntis per cen-

centrum Sphæræ per 15. tertii Eucl. patet etiã per eandẽ, quod circuli propiores centro majores sunt remotioribus, ut G F, major est HI, diametro circuli HI, deni queatet per eandẽ Eucl. propositionẽ, quod circuli æqualiter remoti à centro sũt æquales, ut HI, & ED, diametri sunt æquales per Euclidem, unde & circuli quorum sunt diametri.

SCHOLVIM.

In Sphæra cœlesti æquator, qui transit per centrũ Sphæræ, major est tropico non transeunte, & tropicus major est circulo polari remotiore à centro Sphæræ: duo verò tropici æqualiter à centro remoti sunt æquales.

SE-

SECUNDUM.

CIrculi qui transeunt per centrum Sphæræ, ut BC, & M, L, se intersecant bifariam; Cum enim ambo transeant per centrum Sphæræ, se in puncto communi, scilicet centro Sphæræ secabunt, unde æqualiter: deinde BC, & ML, horum diametri se dividunt æqualiter: ergo & ipsi circuli quos diametri secant bifariam. Th. 11. l. 1.

Sic ostendemus quod circulus qui transit per centrum Sphæræ, cum illam in ipso centro cõmuni puncto dividat, secare Sphæram æqualiter, sicut diameter M L, secat circulum MBL, bifariam.

Th.12. l.1. Patet quod circuli qui se dividunt bifariam sunt maximi, soli enim diametri circulos dividunt bifariam.

TERTIUM.

SI circulus Sphæræ maximus secet minorem æqualiter, secabit illum ad angulos rectos, ut M L, maximus circulus secans minorem H,I, bifariam secat ad angulos rectos per tertiam tertii Euclidis & per eandem si ML, secet HI, ad angulos rectos secabit illum bifariam.

Th.14. l.1.

Th.13. l.1. Patern. 22. à 23. l.1.

QUARTUM.

Th:16. l.1. DIstantia poli circuli ab illius circumferentia est quarta pars cir-

circumferentiæ ejusdem circuli. Sint enim puncta B,& C, poli circuli ML, dico quod B,M, est quadrans circũferẽtiæ maximi circuli M,B,L, quia B,M,C, est semicirculus, ex præmissis definitionibus,& per definitionem poli circuli BM, est æqualis MC, ergo cum B, MC, sit semicirculus B, M, illius medietas erit quadrans circuli.

SCHOLIVM.

Distantia poli æquatoris, ab ipso æquatore est quarta pars meridiani circuli Sphæræ maximi.

QUINTUM.

MAximi in Sphæra circuli se dividentes ad angulos rectos transeunt mutuò per polos:

los : ut duo circuli M,L, & B, C, ſe interſecantes orthogonaliter , dico quod M, eſt polus circuli B, C, & B, polus circuli M,L,patet; nam demonſtrabimus omnes arcus interceptos inter punctū M,ut M, B,eſſe quadrantes circuli, cum anguli ad A, ſint recti : quare per præmiſſum theorema & poli definitionem M,erit polus circuli BC, & ſic oſtendetur B, eſſe polus circuli M. L. patet quod è converſo, ſi tranſeant mutuò per polos, ſe dividẽt orthogonaliter : nam ſi M,ſit polus circuli BC, erit arcus MB, quadrans circuli, ac proindè angulus ad A, quem menſurat rectus.

SCHO-

SCHOLIUM.

Horiſon & meridianus tranſeunt mutuò per polos & ſe dividunt orthogonaliter, ſicut coluri & æquator.

SEXTUM.

SI circulus Sphæræ maximus minorē ſecet bifariam, aut orthogonaliter, tranſibit per illius polos: v.g. circulus M. L. ſecans circulum H. I. bifariam, ac proindè orthogonaliter per tertiū, tranſibit per punctum M quod dico eſſe polum circuli HI. quod patet: nam linea ML, æqualiter dividens chordam, ſeu lineam HI. arcum quoq; H. I. æqualiter dividet per Euclidem; unde cum arcus MH. & MI. ſint æquales

Reſiduum 13 & 14. 1. Th.

æquales per definitionis poli conversionem, M. erit polus H.I. circuli; eodem enim modo demonstrabimus omnes arcus interceptos, inter punctu M. & circulum H.I. esse æquales.

SCHOLIUM

Coluri transeunt per polos tropicorum & illos dividunt bifariam, & ad angulos rectos.

Ex quo patet quod circuli in Sphæra habentes eosdem polos sunt paralleli v.g. si H. I. & B. C. circuli habeant eundem polum M. erunt æquidistantes: nam ex definitione poli M. H. & M. I. æquales sunt unde si tollantur ab æqualibus MB. &M.C.H.B. & I.C. remanentes

nentes erunt æquales, & sic ostendemus omnes arcus interceptos esse æquales, quare H.I.& B.C æqualiter distabunt: patet etiam quod è contra, si sint paralleli habebunt eosdem polos: nam si M. sit polus circuli B.C. erunt M. B. & M. C. æquales: cumq; supponantur æquidistantes circuli, ac proinde arcus H. B. & I. C. æquales, qui sublati ab æqualibus M. B. & M. C. remanebunt M.H. & M.I. æquales: unde ut supra M. erit polus circuli H.I. Cor. 2. Th. 1. l. 2.

SCHOLIUM.

Tropici & polares circuli sunt paralleli & ab iisdem polis describuntur.

SEP-

SEPTIMUM.

Tb.15. SI circulus maximus, ut M.L. transeat per polos M. & L. minoris circuli, H.I. illum ad angulos rectos & bifariàm secabit: nam cum M.H.& M.I. sint æquales, per Euclidem, quod patet in demonstratione 30. tertii & per tertiam ejusdem libri, anguli ad S. recti & æquales.

Tb.7. 8,9, & 10. l.1. Ex quo patet quod linea à centro Sphæræ, ut A.S. per centrum circuli ut H.I. ducta dividit circulũ æqualiter, & proinde transit per illius polũ M.& è contra si transeat per illius polos, transibit per centrum, & dividet circulũ æqualiter, ut demonstratum est.

Octavum.

OCTAVUM.

SI circulus Sphæræ maximus tangat minorē, tanget alterum illi æqualem & parallelum. Sic circulus maximus H D. tangens minorem HI. in puncto H. dico quod circulus D. E. quem tangit in puncto D. est æqualis & parallelus circulo H. I. nam arcus H. B est æqualis arcui C D. quia duo anguli oppositi sunt æquales: quare duo anguli HD. alterni erunt æquales quippe triangula H. B. A. & A. C. D. rectangula habent angulos æquales; unde per 27. 1. Euclidis lineæ HI. & E. D. sunt parallelæ, ergo B. E. & C. D. sunt æquales, cum sit BC. æquedistans

Th. 6. 7 l. 2.

Ex hujus &

primi, dem. patent 17, & 18 l. Th. 2.

stans H.I. quare & æque distans ED, cum vero H, B, & C, D, sint æquales, erunt H, B, & B, E. æquales, quare circuli H, I, & E, D, æqualiter à centro seu maximo circulo B, C, remoti erunt per primū theorema æquales.

Ex quo patet quod si circulus Sphæræ maximus ad alterum maximum inclinetur ut BD, ad circulum HC, tangit duos illius parallelos & æquales ut H, I, & E, D, quod jam demonstratum est.

SCHOLIUM.

Zodiacus ad æquatorem obliquus tāgit duos tropi-

cos æquales & parallelos æquatori.

NOVUM.

SI ſint in Shpæra circuli paralleli ut H, E, M, I, & I, D, per quorum polos tranſeant maximi circuli ut B, C, arcus parallelorum intercepti ut H, B, M, A, & I, C, ſunt ſimiles, quod patet, quia B, C, tranſiens per illorum polos dividit illos æqualiter: unde H, B, M, A, & I, C, ſunt ſemicirculi, & ideo ſimiles, arcus vero maximi circuli intercepti ſunt æquales, ut B, A, eſt æqualis parti circuli B, C, ex altera parte interceptæ. Quod patet propter æquediſtantiam circulorum H,

E,

E. & M. L. ex qualibet parte.

SCHOLIUM.

Coluri intercipiunt arcus similes de tropicis & circulis polaribus & partes colurorum intercepti sunt æquales.

DECIMUM.

SI circulus maximus secet parallelos, non quidem per polos non illos secabit bifariam. Quod ex præmissis patet, ut si circulus R. Q. secet parallelũ I.H. non per polum M. non secabit illum bifariam: sed major erit portio ubi polus erit elevatus seu conspicuus, ut major erit N.I. quam N. H. quia in portione N.I. centrum S. invenitur. Unde

Unde patet quod circulus ſphæræ maximus, puta R Q ſecans parallelos H. I, & G, F, non quidem per polos, ita ſecabit ut minoris portio verſus polum elevatum M,N,I, major ſit quam ſimilis portioni majoris paralleli P.F. nam S.I. & T.F. ſemicirculi ſunt ſimiles, N,S, vero eſt major P,T, ut remotior ab angulo A, ergo tota N,I, major eſt quam ſimilis P,F. Th.10. l.2.

SCHOLIUM.

Horizon in ſphæra obliqua ſecat parallelos æquatoris inæqualiter, ita ut majores portiones ſint verſus polum elevatum.

UNDECIMUM.

Th. 13. 2. SI ſint in ſphæra circuli paralleli, ducantur verò maximi circuli, I,E, & H,D, qui unum parallelorum H,I, tangant, reliquos verò ut G, F, ſecent, arcus maximorum circulorũ intercepti ſunt æquales, H, U, & I, X, nam duo anguli I, & H, propter æqualitatem laterum H, A & I, A, ſunt æquales, ſed anguli externi U, & X, per 28. primi Euclidis, illis ſunt æquales: quare & latera A,U,& A,X, ſunt æqualia, quæ ſi tollantur ab æqualibus H, A, & I,A, quæ remanebunt H,U,& I, X, erunt æqual

DUO-

DUODECIMUM.

SI duo circuli ut H, I, & M, H, M, ſe interſecent in punctis H, & I, & ducatur maximus circulus M, L, per illorum polos,, ſecabit ſegmenta circulorum bifariam : id eſt M, H, & M, I, arcus, ſicut H, S, & S, I, erunt æquales quod per ſeptimum Theorema patet. Th:o. 9 l. 2.

SCHOLIUM.

Meridianus dividit ſegmenta tropicorum & horizontis æqualiter:

DECIM. TERTIUM.

SI duo circuli ſphæræ ſecent maximum in eodem puncto, & in illo Th. 3 l. 2.

ſuos

ſuos habeant polos, ſe tangent prædicti circuli in eodem puncto, ex prædictis enim ſecabunt maximum circulum ad angulos rectos: cum tranſeat per illius polos: ſectio igitur communis ad duos circulos erit perpendicularis: unde per 16.3. illos tanget, quare in hoc puncto communi ſe tangent circuli.

SCHOLIUM.

Tropicus & Zodiacus ſecant colurum in puncto in quo ſe tangunt.

Tb. 5. f. 2. Unde patet quod ſi duo circuli ſe tangant, & ducatur arcus maximi circuli per utriuſq; polos, tranſibit per contactum, aut ſi ducatur per contactum & unius circuli

culi polos. Utrumq; patet per 12. 3. Euclidis: nam pro circulis rectas lineas intelligimus.

DECIMUM QUART.

SI duorum circulorum, ut H, D, & I,E, æqualiter super aliquod planum; puta M,L. Inclinentur seu eleventur: id est si sint arcus E,L,& M,H, æquales circuli æqualiter ad illud planum inclinantur: id est anguli ad A, erunt æquales quod patet per 33.6. Eucl. unde si alter polus magis elevetur altero, & illius circulus magis inclinabitur. Fi.21. l.2.

SCHOLIUM.

Cum polus Zodiaci magis

magis elevetur super horizontem quam polus æquatoris, tunc secat horizontē magis obliquè.

DECIMUM QUINT.

SI ducantur duo maximi circuli, E.N.Q.& F.N.A. quorum alter scilicet E.M.N.Q. secet aliquot parallelos G. D. H C. & I. B. orthogonaliter, alter F. N A. illos secet inæqualiter & obliquè,

què, & in illo ſumantur arcus æquales L.N.M.N. & per puncta L.M.N. ducantur prædicti paralleli, dico quod de maximis circulis G.E.G.& E. Q. inæquales intercipient portiones & majores propè maximum parallelum I.B. id eſt arcus I. H. major eſt arcu G.H. Quippe arcus O. E. major eſt arcu NE. Unde ſi communem tollamus P.E. Hoc eſt ang. G. ab ang.I. & remanebit arcus O. N. major arcu N. P. ideſt I. H. major H G. Cum P. O. & G. I. ſint æquales, quia paralleli per 34. 1. Euc. Th 5 l. 3.

Unde patet quod ſi per tria puncta L. N.M. ducantur à puncto E. arcus

 maxi-

magis elevetur super horizontem quam polus æquatoris, tunc secat horizontē magis obliquè.

DECIMUM QUINT.

SI ducantur duo maximi circuli, E.N.Q.& F. N.A. quorum alter scilicet E.M.N.Q. secet aliquot parallelos G. D. H C. & I. B. orthogonaliter, alter F. N A. illos secet inæqualiter & obliquè,

què, & in illo ſumantur arcus æquales L.N.M.N. & per puncta L.M.N. ducantur prædicti paralleli, dico quod de maximis circulis G.E.G.& E. Q. inæquales intercipient portiones & majores propè maximum parallelum I.B. id eſt arcus I. H. major eſt arcu G.H. Quippe arcus O. E. major eſt arcu NE. Unde ſi communem tollamus P.E. Hoc eſt ang. G. ab ang.I.& remanebit arcus O.N. major arcu N.P. ideſt I. H. major H G. Cum P. O. & G. I. ſint æquales, quia paralleli per 34. 1. Euc. *Th 51. 3.*

Unde patet quod ſi per tria puncta L. N.M. ducantur à puncto E.arcus

maximorum circulorum inæquales portiones de maximo parallelorum I. B. intercipient & majores prope centrum, quod ex inæqualitate ãgulorũ qui fient ad punctum E. cum maximo circulo E. G. E. superiori modo demonstratur.

Patet etiam quod si sumantur arcus non continui in obliquo circulo æquales, aut si à pũcto E. intelligatur circulus, tangens maximũ E. F. E. & à punctis circulo tangẽtis respondentibus tribus punctis L. N. M. ducantur arcus maximorũ circulorũ inæquales de maximo parallelo portiones intercipient & majores prope centrũ quod ex inæqualitate

Th. 7. 8. 9. & residuum lib. 3.

æqulitate angulorũ qui fient ad punctum E, cum aliquo maximo circulo superiori modo demonstrabitur; Ex iis omnibus quæ diximus manifestũ est quod Sphæra non tangit planum nisi in unico puncto quod demonstrabitur, si pro Sphæra circulum & pro plano lineã sumamus & hoc patet per 16. 3. Euclidis.

Sic ostendemus quod linea recta à centro sphæræ ad contactũ est ad planum perpendicular. è cõtra si sit perpẽdicular. transibit per centrum sphæræ quod Euclid. demonstrat in circulis & rectis in 17. & 18.3. *Th.4. & 5.l. 1.*

Patet etiã quod si planũ secet spærã, sectio cõmu- *Th.11 l.1.*

 nis

nis circulus, nam omnes directæ à cẽtro sphæræ si secetur per centrũ ad sectionẽ cõmunẽ erunt æquales; si vero non secet per centrũ sphæræ ducta perpendiculari à centro sphæræ ad planũ sectionis, eodẽ modo demonstrabimus sectionẽ communẽ esse circulũ. Hæc sunt theoremata quæ in sphæricis elementis Theodosii Tripolitæ demonstrantur; reliqua enim nihil inserviunt nisi ad horum demonstrationẽ.

Sunt in Theodosio 53. theoremata ex quibus 45. demonstramus, unde novem omisimus quæ nobis visa sunt superflua.

Finis Libri primi

ELEMENTORUM ASTRONOMICORUM.

LIBER SECUND.

De resolutione Triangulorum.

CAPVT PRIMVM.

De doctrina sinuum & Chordarum.

HIPPARHUS olim in lib. 12. doctrinam de subtẽsis in circulo rectis lineis exposuit quam Ptolomeus Alexandrinus quinque aut sex propositionibus demostravi

monstravit. Nos verò faciliori viâ & commodiori praxi idem quod Ptolomæus, præstare conabimur. Porro sine hac scientia non modò ad trigonometriã, seu triangulorũ resolutionem nemo accedere potest, sed nec aliquid in Astronomia, aut in Geometria potest intelligere, nihil supputare, nihil ad praxim reducere.

Ac primum sciendũ est omnes Mathematicos supponere vulgarẽ circuli divisionem in 360. partes æquales, quas vocant gradus, radium vero, seu semediametrum antiqui in 60. partes æquales dividebant: recẽtiores vero ut Nicolaus

Coper-

Copernicus in 100000 partes divisum supposuerunt; quos ut exactior fiat calculus sequemur. Jam vero penes radium sumuntur chordarum quantitates; chordarum medietates Arabes vocāt sinus, & his vulgo utuntur Astronomi, unde radius seu semidiameter vocatur sinus totus.

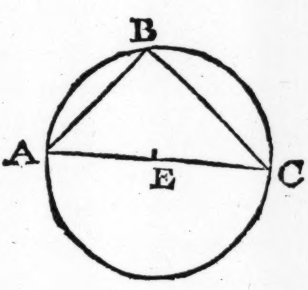
LEMMA.

Ex corrolario 15. l.4. Euclidis latus hexagoni in circuli inscripti æquale est sēidiametro circuli. & ex 47. primi quadratum super diametrum circuli. descriptum æquale est duobus quadratis laterū quadrati in circulo inscripti quare ignorare non

non poterimus quantitatem lateris hexagoni, aut quadrati penes semidiametrum.

PROBLEMA I.

Data arcus subtensa, seu chorda, datur chorda reliquum de semicirculo subtendens.



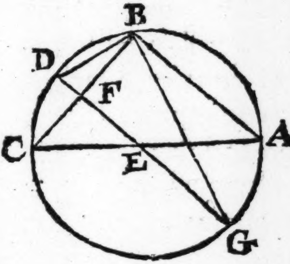
SIt circulus ABC, cujus diameter sit AEC, detur chorda BC, dico reliquam

reliquam BA, dari: angulus enim B, in ſemicirculo eſt rectus per 31. l. 3. Euclidis, unde quadratum AC, æquale eſt duobus quadratis AB, BC, per. 47. lib. 1. Euclidis, ſi ergo tollamus quadratū BC, datum à quadrato diametri AC, remanebit quadratum BA, & illius latus BA. notum.

Prob.

PROB. II.

Data chorda quemlibet arcum subtendente, datur illa quæ subtendit dimidium.



SIt circulus ABC, sit chorda BC, data, dico dari chordam subtendẽtem arcũ BD, dimidium arcus BC, ducatur recta à centro ad rectam BC, secans BC, æqualiter & per 3. tertii Eucl. orthogonaliter, cõtinuetur in D & perficiatur diameter

DEG

DEG. ducantur rectæ A B.BG.BD. Cum angulus B, in semicirculos sit rectus per 31. 3. Euclidis, erunt duo triangula CF E, & ABC, quæ habent duos B. & F. angulo rectos & æquales, & angulũ C. communem similia & equiangula: unde per 4.6. elementorum latera circa æquales angulos sũt proportionalia: ergo ut latus BC. ad CF. sic latus AB. ad latus EF. sed latus FC. medietas est lateris BC. ergo & F. E. erit dimidium AB. sed datur AB. chorda subtendens residuum ad semicirculum de arcu BC. cujus subtendens datur: ergo dabitur EF. quod si tollatur de radio ED. dabitur

dabitur remanens F D. ſed per corrolarium ſecundum 8. l. 6. Euclidis rectangulũ ſub GD.DF. datum æquale eſt quadrato B. D. dabitur ergo quad. BD. & illius radix linea B. D. quæſita.

Corrolarium datâ BD. habebimus reſiduum de ſemicirculo B G. cujus iterum dimidium per hoc problema innoteſcet, & illius dimidii rurſus dabitur reſiduum de ſemicirculo & ſic toties iterãdo quouſq; omnes chordæ nobis innoteſcant operabimur, & tabulã hoc modo conſtruemus, ſupponemus radium ſeu ſemidiametrũ in 100000 diviſũ & duos ordines ponemus. In primo erunt partes

partes circūferentiæ incipiendo à 30. minutis & per continuam 30. additionem usque ad 60. minuta: id est unum gradum. In secundo ponemus sinus prædictis gradibus respondentes.

PRAXIS.

Huc usque docuimus quomodo Geometricè tabula sinuum sit conficienda: nunc verò praxis mechanica tradenda est. Sumatur linea indefinitæ quantitatis & ex illa sumantur 100. partes æquales, quarum quælibet 10000. æquivalebit, reliquum verò ut superfluum resecetur, & sit recta ED, in superiori figura

dabitur remanens F D. ſed per corrolarium ſecundum 8. l. 6. Euclidis rectangulū ſub GD.DF. datum æquale eſt quadrato B. D. dabitur ergo quad. BD. & illius radix linea B. D. quæſita.

Corrolarium datâ BD. habebimus reſiduum de ſemicirculo B;G. cujus iterum dimidium per hoc problema innoteſcet, & illius dimidii rurſus dabitur reſiduum de ſemicirculo & ſic toties iterādo quouſq; omnes chordæ nobis innoteſcant operabimur,& tabulā hoc modo conſtruemus, ſupponemus radium ſeu ſemidiametrū in 100000 diviſū & duos ordines ponemus.In primo erunt partes

partes circũferentiæ incipiendo à 30. minutis & per continuam 30. additionem uſque ad 60. minuta: id eſt unum gradum. In ſecundo ponemus ſinus prædictis gradibus reſpondentes.

PRAXIS.

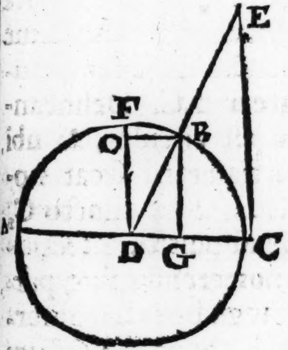
Huc uſque docuimus quomodo Geometricè tabula ſinuum ſit conficienda: nunc verò praxis mechanica tradenda eſt. Sumatur linea indefinitæ quantitatis & ex illa ſumantur 100. partes æquales, quarum quælibet 10000. æquivalebit, reliquum verò ut ſuperfluum reſecetur, & ſit recta ED, in ſuperiori figura

figura juxta cujus quantitatem delineetur circulus ABC. qui in 360. partes æquales, aut in 400. si libet, distribuitur; tunc si dati arcus puta BC, chorda quæratur à puncto C, juxta quantitatem B.C. Delineandus est circulus, & ubi semidiametrũ secat notandum & à puncto C, usq; ad punctum sectionis numerandæ, sunt partes semidiametri interceptæ; tot enim partium erit quæsita chorda BC, & sic faciliori via quam priori tabulam conficiemus.

PRO-

PROB. III.

Dato circuli diametro dati arcus tangentem & secantem invenire.



SIt circulus ABC. cujus diameter CA. detur, quæritur tãgens CE. & secans quam alii hypotenusam, vocant ED. quæ est recta à centro circuli D. per dati arcus pũctũ ultimũB, quæ producitur

ducitur quouſq; rectæ C E. occurrat in puncto E. ducatur BG, quæ erit ſinus dati arcus BC. ſeu medietas chordæ dupla circumferentiam B C, ſubtẽdẽtis, per 33. Eucl. ſicut B O, perpendicularis erit ſinus arcus F B, cui per. 34, 1. Eucl. DG, eſt æqualis. Cum ergo BDG, & DCE, triangula habeant G, & C, angulos rectos & æquales, & angulum D. communem; ergo per 4.6. Eucl. habent latera circa æquales angulos proportionalia: ergo ut DG, ſinus arcus FB, dati (quia eſt complementum dati BC) ad BG, ſinum arcus BC, dati, ſic ſemidiameter DC, datus ad tangentem

CE,

CE, unde cum detur ratio DG, ad BG, datur quoties C,E, continet DC, datur DC, ergo habebimus CE,tangentem: eodem modo cum ratio DG, ad DB, ſit DC, ad DE, ſecantem, cumque detur ratio DG, ad BD, radium,datur ratio DC, radii ad ſecantem,cumq; detur radius DC, habebimus ſecantem DBE.

Unde tabulam ſeu canonem tangentium, & ſecantium cujus libet arcus facilè conficeremus, eodem modo quo tabulam ſinuũ conſtruere jam docuimus.

Circũferentiæ. Part scrup.	Semisses dup. circũferentia.	Circũferentiæ. Part scrup.	Semisses dup. circũferentiæ.
0-30	873	30	13053
1-0	1745	8-0	13917
1-30	2617	30	14781
2-0	3490	9 0	15643
2-30	4362	30	16505
3-0	5234	10-0	17365
3-30	6105	30	18223
4-0	6975	11-0	19081
4-30	7845	30	19937
5-0	8715	12-0	20791
5-30	9585	30	21644
6-0	10453	13-0	22405
30	11320	30	23344
7-0	12187	14-0	24192

30	25830	30	43351
15·9	25882	26-0	837
30	26724	30	620
16·0	27564	27-0	399
30	28401	30	46175
170	29237	28-0	947
30	30071	30	716
18-0	30902	29·0	481
30	730	30	49242
19-0	557	30-0	50000
30	381	30	754
20-0	34202	31-0	504
30	35021	30	250
21-0	832	32-0	992
30	650	30	730
22-0	460	33-0	464
30	38268	30	55194
23-0	39073	34-0	919
30	875	30	641
42-0	674	35-0	358
30	469	30	58070
25-0	42262	36-6	779

30	482	30	728
37-0	60181	48-0	314
30	876	30	896
38-0	566	49-0	471
30	251	30	76040
39-0	933	50-0	604
30	608	30	77162
40-0	64279	51-0	715
30	945	30	261
41-0	606	52-0	801
30	262	30	335
42-0	913	53-0	864
30	559	30	386
43-0	68200	54-0	902
30	835	30	411
44-0	466	55-0	915
30	70091	30	413
45-0	711	56-0	904
30	325	30	389
46-0	934	57-0	867
30	537	30	339
47-0	73135	58-0	805

30	26	30	667
59-0	71	70-0	969
30	136	30	264
60-0	602	71-0	452
30	87036	30	832
61-0	462	72-0	105
30	882	30	372
62-0	295	73-0	600
30	701	30	882
63-0	89101	74-0	126
30	49	30	363
64-0	879	75-0	592
30	258	30	815
65-0	631	76-0	97030
30	996	30	237
66-0	354	77-0	437
30	706	30	630
67-0	92050	78-0	815
30	388	30	992
68-0	718	79-0	163
30	92042	30	325
69-0	358	80-0	481

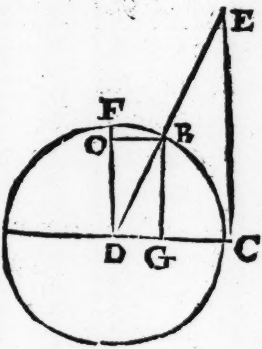
30	629	30	629
81-0	769	86-0	756
30	902	30	813
82-0	99027	87-0	853
30	144	30	905
83-0	255	88-0	939
30	357	30	966
84-0	452	89-0	985
30	539	30	996
85-0	620	90-0	100000

CAP.

CAPUT SECUNDUM

De resolutione triangulorum rectilineorum.

PROBLEM. PRIMUM.

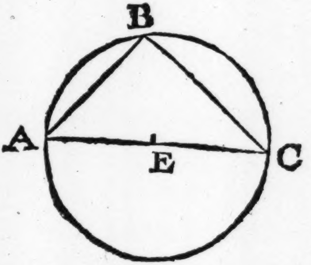


Cujuslibet trianguli rectanguli datis angulis cum uno latere reli-

qua

qua invenire per tangentes, & secantes sic procedendum est, sit triangulum rectangulum datum in superiori figura DCE. Cujus latus D C, cum angulo D. Detur juxta quantitatem DC, intelligo circulum descriptum, cujus arcus BC, seu anguli D, dati per canonē tangentiū & secantium latera CE, & DE, obtinebo. Si vero detur latus DE, cum ratio DE, ad CE, sit DC, ad BG, quæ datur propter angulum D, datum, cujus BG, est sinus, habebitur ratio DE, ad CE, cum vero detur DE, habebimus CE, unde si juxtà C,E, quantitatem definietur circulus, habebimus

mus CD, tangentem, per 3.prob. præced. capitis.



Facilius vero per doctrinam ſinuũ operabimur; ſit enim triangulũ ABC. rectangulũ, cujus omnes anguli cum aliquo latere puta AB. dentur: evidens eſt quod dato angulo A; ſeu arcu BC, in circumferentia, datur chorda BC, quæ eſt ſinus anguli A. per def. & ſic dato angulo B. Habebimus chor-

dam AC. eadem habebimus si detur latus AC. cum omnibus angulis.

PROB. SECUND.

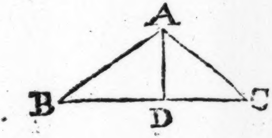
Datis trianguli rectāguli duobus lateribus reliqua invenire.

Vide prae. figurā. SIt in figura 3. prob. cap. primi triangulū rectangulū DCE, cujus duo latera DC,DE, dantur per canonē secantiū, data secante DE, habebimus arcum BC, seu angulum D, & per canonem tangentiū dato arcu BC, habebimus tangentē CE, si vero dentur duo latera DC, CE, habebimus per canonem tangētium arcū BC, data tangente

gente CE, ſeu angulo D, per canonem ſecantium habebimus ſecantē DE, eodem modo reſolvemus triangulum rectangulum ABC, in ſuperiori figura datis duobus lateribus AB, & BC, nam quadratum AC, æquale eſt duobus quadratis AB, BC, quæ dãtur, ergo dabitur AC, unde & anguli quorũ ſubtenſæ AB, & BC, dantur, ſed ſi AC, & BA, latera dentur, habebimus arcum AB, cujus ſubtenſa datur : unde & angulus C, in circumferentia & reliquus de ſemicirculo BC, cujus per canonem ſubtenſa BC, habebitur.

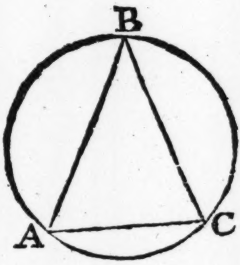
Prob.

PROB. TERTIUM.



DAtis trianguli obliquanguli omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire. Sit triangulum obliquos habens angulos ABC, cujus latus puta A B, cum omnibus angulis detur, reliqua per tangentes sic inveniuntur; demittatur perpendicularis AD, in triangulo rectangulo A BD, dantur anguli B, & D, cum latere BA, ergo per primum prob. dantur latera BD, & DA, sic in triangulo

triangulo DAC, datis angulis D, & C, cum latere D A, habebimus latera CA, & CD, cum jam habeamus BD, totũ latus B, C, innoteſcet.



Facilius per ſubtenſas operabimur, ſit triangulum ABC, cujus omnes anguli cum latere AC, dentur, reliqua ſic invenies. Intelligatur circulus triãgulo circũſcript⁹. Cũ igitur detur angulus A,

ſeu arcus *B*, *C*, dabitur chorda *BC*, & ſic dato angulo *B*, datur chorda *AC*, unde datur ratio *AC*, ad *CB*, notum eſt latus *AC*, ergo innoteſcet latus *BC*, & ſic latus *AB*, invenietur.

Patet quod datis trianguli angulis dantur laterũ rationes. Nam datis tribus angulis *AB*, *BC*, *CA*, chordas unde rationes, ſeu quoties ſe invicẽ continent, habemus.

Prob. Quartum.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus cum uno angulo reliqua invenire.

Vide fig 1. prob. 3

SIt triangulum *BAC*, cujus duo latera *BA*, & *BC*, cũ ãgulo *B* detur rel qua

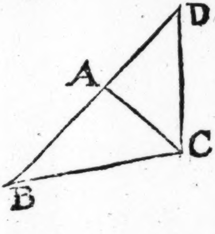
reliqua ſic invenies: demittatur perpendicularis AD. quæ vel intra vel extra triangulũ, perinde eſt trianguli BAD. rectanguli, dantur anguli B. & D. cum latere BA. ergo per I. prob. datur DA. cum latere BD. quod ſi tollas à dato BC remanebit DC. datum, unde in trianguloDA.C. dantur duo latera DA. DC. ergo per 2. prob. dabitur angulus C. cum latere *AC*. ſi vero angulus datus non comprehendatur à lateribus datis ut in ſuperiori figura: ſi dentur duo latera BA. & AC. cum angulo B. reliqua facilè habebimus. *Vide fig. 2. prob. 3.*

Dato angulo B. datur chorda AC. id eſt ratio ad

ad ſemediametrū circuli ABC. ſed ex hypotheſi dantur AB. & AC. ſeu ratio AB. ad AC. ergo dabitur ratio AB ad ſemidiametrū circuli, id eſt datur A B. chorda & conſequēter per tabulā, arcus AB. ſeu angulus C. & ſic reliquus angulus A. ſeu arcus BC. & per canonē chorda BC, invenietur.

PROB. QUINTUM.

Datis trianguli obliquā-guli omnibus lateribus angulos invenire.



Sit

SIt triangulum *BAC.* cujus latera dentur, ãgulos verò sic reperies, si angulũ habeat obtusũ ut *A.* perpendi. sit *DC.* & produc lat⁹ *BA*, in *D.* erit quadratũ *BC.* equale duobus quadratis *BA. AC.* & duplo rectangulo ex B*A.* in *AD.* per 12.2. Eucl. datur quadratũ *BC.* dantur duo quadrata *BA.* & *AC.* ergo & rectãgulum *BA.* & *AD.* datur: sed datur latus *BA.* ergo & *AD.* innotescit: unde in triangulo *ADC.* rectangulo dantur duo latera & *AD.* & *AC.* quare per 2. prob. datur angulus & *A* & illius complementum *BAC.* & in triangulo rectangulo *BDC.* datis lateribus *BC.*

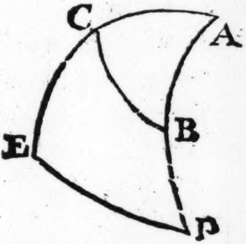
8.

& BD. Habebimus angulum B. eodem modo resolvemus triangulum B AC. si omnes illius anguli sint acuti per 13. lib. 2. Euclidis.

Cap. Tertium.

De resolutione Triangulorum Sphæricorum.

LEMMA. I.



IN triangulo Sphærico rectangulo ut latus ad latus, sic anguli oppositi

fiti inter ſe. Sit triangulum rectangulum ABC. dico quod quoties latus AB. continet latus BC. toties angulus C. continet angulum A polo A. deſcribatur circulus ED. completo ſcilicet quadrante ACE. cum ergo circulus ACE. tranſeat per polos circuli ED. ſecabit illum ad angulos rectos; unde angulus A ED. erit rectus. Cum igitur ABC. & ADE. tria habeant, angulum A. communẽ angulos C. & E. rectos erunt æquiangula, & per 4. 6. Eucl. latera circa æquales angulos proportionalia (nã ex iis quæ in Sphæricis elementis demonſtravimus, patẽt ea quæ de re-

ctis

ctis demonstrantur & de Sphæricis seu curvis demonstrari) unde ut latus AB. ad latus BC. sic latus AD. mensurans angulũ E. seu C. rectum ad latus DE. mensurans angulum A. ergo ut angulus C. ad angulum A. sic latus AB. and latus BC.

LEMMA II.

IN triãgulo Sphærico, ut ABC. ut sinus anguli C. ad sinum anguli A, sic sinus lateris AB. ad sinum lateris BC. nam si sinus anguli C. sit æqualis sinui anguli A. duo latera AB. & BC. quibus subtenduntur anguli æquales, erunt æqualia, ergo illorũ chordæ & sinus per 27. Eucl. æquales: si vero

vero angulus C. ſit major, & cōſequenter ſinus anguli C, major ſinu anguli A. & latus A.B. ſubtendens majorem angulū majus erit latere B C. & per 27.3. Eucl. ſinus lateris AB. major erit ſinu lateris BC. eodem modo ſi ãgulus C. minor ſupponatur, & ſinus AB. lateris oppoſiti minor erit ſinu lateris BC. ergo per 6,7. & 8. def. lib. 8. Eucl. quoties ſinus anguli A. cōtinet ſinū anguli C. vel continetur ſinus lateris BC, continet ſinū lateris AB vel cōtinetur, ergo in triangulo Sphærico ut ſinus anguli C ad ſinū alterius anguli ut A. ſic ſinus lateris oppoſiti AB. ad ſinum alterius lateris oppoſiti BC.

PROBLEMA I.

Datis trianguli Sphærici omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire.

SIt triangulum ſphæricũ ABC, cujus latus AB, & omnes anguli dentur, reliqua ſic invenies ex præcedenti lemmate, quoties ſinus anguli C, datus continet ſinũ anguli A, datum, toties ſinus lateris AB, notus continet ſinum lateris BC, unde innoteſcit ſinus BC, & per canonẽ arcus BC, ſic latus AC, invenies

PROBLEM. II.

Datis duobus lateribus cum uno angulo trianguli Sphærici reliqua invenire.

SIt triangulū ſphæricū ABC, cujus duo latera AB, AC, cum angulo C, dētur, reliqua ſic invenies: quoties ſinus anguli C, datus continet ſinum anguli B, toties ſinus lateris AB, notus cōtinet ſinū lateris AC, notum; unde cū innoteſcat ſinus āguli C, dabitur ſinus anguli B, & per canonem angulus B, ſic tertiū angulū A, inveniemus, & ut in præcedenti problemate reliquū latus BC.

Si vero dentur duo latera AC, CB, cum angulo

lo C, comprehenso à lateribus datis, reliqua sic habebis, perficiatur quadrans ACE, & figura lẽmatis primi repetatur triangulum ACB, sit rectangulum, cum igitur ratio AC, ad CB, quæ datur, sit EA, ad ED, ut ostensum est, dato quadrãte AE, dabitur ED, mensura anguli A, unde per præcedens problema reliquū AB, latus datur. Si vero triangulū ACB, non sit rectangulum ducta perpendiculari sicut in rectilineis procedendum est.

PROBLEM. III.

Datis trianguli Sphærici omnibus lateribus angulos invenire.

Sit

SIt triangulum *ACB*, cujus latera dentur, angulos ſic reperies. Perficiatur quadrans *AE*, & polo *A*, deſcribatur circulus *ED*, in triangulo *AED*, rectangulo duo latera *AE*, *AD*, quadrantes dantur: ergo per præcedens prob. latus *DE*, innoteſcet & angulus *A* quem menſurat, & ſic reliquos *B*, & *C*, angulos habebimus.

PROBLEM. IV.

Datis trianguli Sphærici omnibus angulis latera invenire.

SIt triangulũ *I,D,H* cujus omnes anguli dentur, latera sic innotescent, produco latus *ID*, usque ad *A*, ita ut *IA*, sit quadrans circuli polo *I*. intervallo *I,A*, describo quadrantem *AB*, in triangulo *ABD*, dantur duo anguli, *A*, rectus, & *ADB*, æqualis dato *HDI*, quia sunt ad verticem, latus *AB*, datur cum sit quadrans maximi circuli, ergo per primum problema datur latus *A,D*, quod si tollas à quadrante *AI*, remanebit latus *ID*, notum, & sic reliqua per primum problema obtinebimus.

FINIS.

D,H,
anguli
notet
s ID,
t IA,
i po-
A, de-
AB,
, dan-
, re-
qualis
nt ad
datur
maxi-
r pri-
datur
tollas
ema-
m, &
mum
aus.

SIt triangulũ *I,D,H*, cujus omnes anguli dentur, latera sic innotescent, produco latus *ID*, usque ad *A*, ita ut *IA*, sit quadrans circuli polo *I.* intervallo *I,A*, describo quadrantem *AB*, in triangulo *ABD*, dantur duo anguli, *A*, rectus, & *ADB*, æqualis dato *HDI*, quia sunt ad verticem, latus *AB*, datur cum sit quadrans maximi circuli, ergo per primum problema datur latus *A,D*, quod si tollas à quadrante *AI*, remanebit latus *ID*, notum, & sic reliqua per primum problema obtinebimus.

FINIS.

,D,H,
anguli
nnote.
tus ID,
ut IA,
uli po-
A,de-
n AB,
D, dan-
A, re-
equalis
sunt ad
,datur
maxi-
er pri-
datur
tollas
rema-
um,&
imum
nus.